

FRI-2G.307-1-ERI-09

BASIC MODELLING PROBLEMS, NECESSARY TO TRAINING STUDENTS FOR NATIONAL EXTERNAL ASSESSMENT AFTER 7TH GRADE¹¹

Monika Koleva, MSc Student

Department of Mathematics,
Faculty of Natural Sciences and Education
University of Ruse "Angel Kanchev"
Tel: +359 887254178
E-mail: monik_75@abv.bg

Assoc. Prof. Antoaneta Mihova, PhD

Department of Mathematics,
Faculty of Natural Sciences and Education,
University of Ruse "Angel Kanchev"
Tel.: +359 887812896
E-mail: amihova@uni-ruse.bg

Abstract: *The paper presents the importance of modelling problems for in the 7th grade. It looks at the main types of modelling problems with expressions, equations, and inequalities that students need to know for National External Assessment after 7th grade.*

Keywords: *Modelling problems, National External Assessment after 7th grade.*

ВЪВЕДЕНИЕ

В съвременното общество светът е завладян почти изцяло от технологиите и всичко се поднася наготово, без да се налага много да се мисли и разсъждава. Това се отнася и за учениците, които трябва да могат да разберат къде в живота ще им бъде приложимо конкретно действие и знание, а не да ходят на училище по задължение и да се чудят какъв е смисълът от ученето и трябва ли да им се губи времето с неща, които само ги затормозяват.

И нещата стават още по-трудни в момента, в който се спомене учебният предмет математика, както и решаването на текстови и логически задачи. Часовете по математика стават все по-скучни за учениците, губи се лесно техният интерес, а оттам започват и трудностите. Натрупват се пропуски, а предвид спираловидния подход в училищния курс по математика, се оказва, че всяко едно знание, което не е усвоено в правилния момент, е трудно да бъде наваксано след това.

Задачите с практико-приложен характер имат голямо значение при възпитаване интереса към математиката. Чрез тях подрастващите се убеждават в значението на математиката в различни сфери на човешката дейност, в нейната полза и необходимост при практическа работа, виждат възможностите на приложната математика. Решаването на текстови задачи способства за развитие на мисленето на учениците. Основният проблем е, че все по-малко от тях се чувстват сигурни в решаването на задачи от моделиране с изрази, линейни уравнения и неравенства. Часовете за упражнение са малко, за да бъде добре отработено решаването на такъв тип задачи. Разнообразни задачи от живота и различни сфери на науката водят до решаване на уравнения. Съставянето на уравнение означава, че задачата се превежда от говорим език и от езика на съответната практическа област, за която се отнася, на езика на математиката.

¹¹ Докладът е представен на конференция на Русенския университет на 27 октомври 2023 г. в секция Образование – изследвания и иновации с оригинално заглавие на български език: ОСНОВНИ ЗАДАЧИ ЗА МОДЕЛИРАНЕ, НЕОБХОДИМИ ЗА ПОДГОТОВКА НА УЧЕНИЦИТЕ ЗА НВО В 7 КЛАС.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Математическо моделиране и Националното външно оценяване (НВО)

Все по-често се използват математиката и математическото моделиране при решаване на редица актуални задачи от ежедневието. Във връзка с това е необходимо обучението по математика да включва и такова, в което да се прилагат изучените знания при решаване на разнообразни задачи, възникващи и извън нея.

Необходимостта от практическо приложение на получените от учениците знания в процеса на обучението е важна и от друга гледна точка. Учениците трябва да усвояват получените знания за дълго. Те ще им бъдат полезни при завършване на училище, в тяхната професионална дейност или при по-нататъшното получаване на знания. Теорията е само необходима предпоставка за задълбочени и трайни знания. Затова математическото моделиране заема основно място в обучението по математика. Решаването на всяка текстова или приложна задача е съпроводено от съставяне на модел, решаване на този модел и съпоставяне решението на модела с изходната ситуация. Опитът в училищата показва, че учениците не могат сами, без допълнителна помощ от страна на учителя, да овладеят тези изисквания. Това показва необходимостта да се провеждат редица упражнения в часовете по математика във връзка с решаване на такъв тип задачи.

От друга страна резултатите от провежданите национални външни оценявания в седми клас през последните няколко години показват, че учениците не се справят добре на изпитите по математика /Таблица 1/. Те се затрудняват при решаване на задачите за моделиране и затова трябва да се търсят начини за по-доброто им усвояване и разбиране.

Тези твърдения се потвърждават и през 2023 г. Средният резултат, постигнат от седмоласниците на НВО по математика през учебната 2022 – 2023 година, е 35,29 точки, като максималният брой е 100. Той е съизмерим с резултата, постигнат през предходната година. Анализът на Министерството на образованието показва, че учениците се затрудняват и имат проблеми при разчитането, използването и интерпретирането на данни, представени с текст или диаграма, както и при съставянето на математически модел на реални житейски ситуации и преобразуването му с математически методи и алгоритми.

По-долу е представена таблица /Таблица 1/ и графика /Фигура 1/ за сравнение на средните резултати от НВО в VII клас за последните пет години (<https://dideva.alle.bg/>):

Таблица 1

Учебна година	Среден резултат в точки по БЕЛ за страната	Среден резултат в точки по МАТЕМАТИКА за страната
2018/2019 г.	53,06	33,62
2019/2020 г.	51,06	36,33
2020/2021 г.	53,86	37,94
2021/2022 г.	53,63	35,32
2022/2023 г.	55,04	35,29



Фигура 1

Същност на математическо моделиране

По въпроса за математическото моделиране в обучението по математика предвид на неговата важност са работили много български и чужди автори.

М. Андреев (Andreev, 1961) разглежда моделирането в обучението по математика като “методът, с чиято помощ се изследват предметите и явленията чрез модели”.

Съгласно Гнеденко (Gnedenko, 1986) моделирането е математическо решаване на практическа задача, чрез изучаване и опростяване на нейната приближена схема или, както се казва, неин математически модел”.

Според проф. Запрянов (Zapryanov, 1990) “моделирането е възпроизвеждане на някакъв обект с помощта на друг обект, който се създава специално, за да се изучи първият. Когато описанието на изучаваните обекти или явлението от заобикалящия ни свят се реализира с математически средства, моделирането се нарича математическо”. Разбира се, под възпроизвеждане трябва да се разбира приближено или точно. Математическият модел на даден обект, явление или процес, представлява система от математически зависимости, които описват основните техни характеристики. На пръв поглед може да изглежда, че колкото един модел е по-близко до действителността, толкова по-точни ще бъдат неговите предвиждания. Но това невинаги е така. В математическия модел се отразяват само най-съществените страни на обекта, който се изучава, а второстепенното се пренебрегва. При това е необходимо по възможност по-пълно да се възпроизвеждат именно онези свойства на прототипа, които са важни за даденото изследване.

Затова математическият модел обикновено е една абстракция, при която маловажните за случая фактори отпадат, а се отразяват само най-съществените от определена гледна точка.

Основните изисквания към математическите модели са (<https://docplayer.bg>):

1. Да отразяват съществените особености и пренебрегват второстепенните черти на обекта, който се моделира, но в резултат на опростяването да не се губи “рационалното зърно”, съществено за обекта.

2. Да бъдат максимално опростени в математическо отношение, за да могат да се изследват. Това се постига чрез идеализиране на реално несъществуващи обекти, като материална точка, абсолютно твърдо тяло, идеална течност и др.

Понякога за едно и също явление могат да се разработят няколко математически модела, които с еднаква или с различна точност описват действителността.

Математическото моделиране е многопластов процес, който Запрянов (Zapryanov, 1990) разделя условно на четири етапа:

Първи етап – построяването на математическия модел. Тук се включва определяне на основните величини, характеризиращи научното явление или обект, откриване на връзките между съответните променливи величини, които се описват с математически средства и специфичните ограничения за основните величини. По този начин на дадената задача се прави математическа форма и тя може да бъде решавана и изследвана с математически методи.

Втори етап – изследва се и се решава математическа задача, по която се стига след опростяване на модела. На този етап важна роля играе математическият апарат, който ще се използва за решаване на математическа задача. Временно се изоставя конкретното съдържание на модела и се съсредоточава вниманието върху неговата математическа същност.

Трети етап – сравняване на резултатите от модела с данните от наблюденията, т.е. с практиката. Тук се оценява достоверността на математическия модел и границите на неговата приложимост.

Четвърти етап – усъвършенстване на модела, ако това се налага.

Така математическото моделиране в училищния курс по математика обикновено се използва във всички случаи, когато се налага решаване на текстови задачи.

Основни видове задачи, включени в учебниците по математика за 6 и 7 клас

1. Задачи от общ характер

Древногръцкият математик Диофант от Александрия /III век пр. Хр./ е първият, който използвал буква за означаване на неизвестно, но буквените означения станали общоприети едва през XVII – XVIII век. В днешни времена учениците знаят, че текстовите задачи се решават с помощта на уравнения, като означат едно от неизвестните числа с буква, изразят чрез тази буква останалите неизвестни и съставят уравнение. След като решат уравнението, отговарят и на въпроса от задачата. (Djondjorova, 2018)

В учебника за 6 клас по математика на издателство „Булвест 2000“ на стр. 178 (Danova, 2017) е даден подходящ практически пример за осмисляне на такъв тип задачи.

Задача 1. Купих тетрадка и два молива общо за 2,60 лв. Тетрадката струва с 0,80 лв. повече от един молив. Намерете цената на тетрадка и на молива.

Решение. Цената на молива се означава с x . Тогава цената на тетрадка е $(x+0,80)$ лв. Записва се в Таблица 3:

Таблица 3

Вид	Брой	Единична цена /лв./	Стойност /лв./
Молив	2	x	$2x$
Тетрадка	1	$x+0,8$	$x+0,8$
ОБЩО:			2,60

От условието, че два молива и тетрадка струват общо 2,60 лв. /последната колона в таблицата/, се съставя уравнението $2x + x + 0,8 = 2,60$. От където се определя, че моливът струва 0,60 лв. , а цената на тетрадка е 1,40 лв.

Задача 2. /стр.88 от учебника за 7 клас на издателство „Архимед“ (Paskaleva, 2018)/: Стопанин гледа зайци и кокошки. Краката на всички животни са 220 , а главите им са 70. Намерете колко зайци и колко кокошки гледа стопанинът?

Решение. Означава се броят на зайците с x , x е естествено число, $x \leq 70$.

При съставяне на математическия модел е удобно да се използва таблица /Таблица 5/.

Таблица 5

	Брой	Брой крака на 1 животно	Брой крака	Общ брой крака
зайци	x	4	$4x$	220
кокошки	$70-x$	2	$2(70-x)$	

Съставя се уравнението $4x + 2(70 - x) = 220$. След решаването му се определя, че броят на зайците е $x = 40$, $40 < 70$, а кокошките са 30.

2. Задачи за движение

В живота на човек се налага да пресмята разхода на дадено транспортно средство, както и времето, необходимо за изминаване или преплуване на дадено разстояние. Днес учените знаят и могат да изчисляват до части от секундата скоростта на реакциите, движението и времето на движение на всяко живо същество.

Трябва да се отбележи, че задача от движение за използване на знанията за моделирането с линейно уравнение се среща най-често на НВО.

Задачите от движение са познати на учениците от предходните години. Те могат да бъдат най-различни и разнообразни: с насрещни движения, с еднопосочни движения, движения по въздух, суша и вода, задачи с влакове, автомобили, самолети, велосипеди, кораби, пешеходци, туристи и др. Общото между тях е, че се решават като се използва зависимостта между изминатия път, скоростта на движение и времето при прилагането на познатата формула: $S=v.t$.

Задача 3. /от учебника по математика за 7 клас на „Просвета Плюс“/ (Ninova, 2021): Разстоянието между градовете Севлиево и Велико Търново е 45 km. Едновременно един срещу друг от двата града тръгват велосипедист и моторист, които се срещат след 30 min. Скоростта на моториста е с 30 km/h по-висока от скоростта на велосипедиста. Намерете скоростите на двамата участници в движението.

Решение. Означава се с x , $x > 0$, скоростта на велосипедиста. Превръщат се минутите в часове $/30 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h}/$.

Таблица 13

Севлиево-В. Търново	Скорост v (km/h)	Време t (h)	Път S (km)
Велосипедист	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot x$
Моторист	$x + 30$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot (x + 30)$

След решаване на уравнението $\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot (x + 30) = 45$ се определя, че скоростта на велосипедиста е 30 km/h, а скоростта на моториста е 60 km/h.

3. Задачи от работа

При този тип задачи се описва реална житейска ситуация за извършване на определена дейност – извършване на ремонтни дейности, изграждане на сгради, обработване на земеделски площи, пълнене на басейн с вода, изготвяне на даден проект и др. (Ninova, 2021) Например в предприятията е изключително важно да се знае извършването на дадена дейност колко време отнема.

Ако машина произвежда по p детайла на час, за t часа ще произведе pt детайла. Работата p , извършена за единица време, се нарича производителност. Извършената работа A за време t с производителност p се намира по формулата $A = P \cdot t$

Задача 4. /от учебника по математика за 7 клас на издателство „Санпро“/ (Velkova, 2018): Фирма трябва да изработи поръчка за определен брой костюми, като ушива по 120 дневно. Работниците на фирмата ушивали в действителност по 85 костюма на ден и в резултат на това работили 2 дни повече от определеното време, като им останали още 40 костюма да ушийт. Намерете от колко костюма се състои поръчката и за колко дни е трябвало да бъде изпълнена.

Решение. Означава се с x броят на костюмите по план, $x > 0$. Следователно в действителност са произведени $(x-40)$ костюма. От формулата $t = \frac{A}{p}$ се изразява времето по план и в действителност /Таблица 30/.

Таблица 30

	Производителност бр. костюми на ден	Време	Свършената работа общ брой произведени костюми
По план	120	$\frac{x}{120}$	x
В действителност	85	$\frac{x-40}{85}$	$x-40$

От уравнението $t_{\text{по план}} = t_{\text{в действителност}} + 2$ се определя неизвестното $x = 720$ (бр. костюми по план) и времето, за което е трябвало да бъде изпълнена $t_{\text{по план}} = \frac{720}{120} = 6$ дни.

4. Задачи от смеси и сплави

Много често в практиката се налага да се смесват разтвори и да се определя процентна концентрация или отношения. Такива изчисления се използват в домашни условия за приготвяне на разтвори, сиропи, туршии и др.

При решаване на задачи от този тип се наблюдават междупредметни връзки в обучението между предметите „Математика“ и „Химия и опазване на околната среда“.

Задача 5 (Ninova, 2021). Колко литра вода трябва да се прибавят към 10 литра 36 % солени разтвор, за да получи 24 % солени разтвор?

Решение. Означава се с x ($x > 0$) – количеството вода, което трябва да се добави. Използва се, че в чистата вода няма сол. Попълва се таблицата /Таблица 34/.

Таблица 34

	Количество	Процентно съдържание на сол в разтвора	Чисто количество сол (g)
Вода	x	0 %	0%. x
Разтвор	10	36%	36%. 15
Смес	$x + 10$	24%	24%. ($x + 10$)

Съставя се уравнението $\frac{0}{100} \cdot x + \frac{36}{100} \cdot 10 = \frac{24}{100} \cdot (x + 10)$. След решаването му се определя $x = 5$. За да се получи 24 % солени разтвор, към дадения разтвор трябва да се добавят 5 L вода.

5. Задачи от капитал

В задачите от капитал се разглеждат конкретни ситуации, в които гражданин или фирма влагат парични средства в банка. Решаването на такъв тип задачи помага да се прецени къде е по-изгодно да се вложат спестяванията или кой кредит е по-изгоден. Когато се внесе определена сума /капитал/ в банка на срочен влог /депозит/, в края на периода банката добавя допълнителна сума към първоначално внесената. Нарича се лихва, а процентът - лихвен процент. Периодът /срокът/ на олихвяване, както и лихвеният процент се определят с договор между банката и вложителя /вносителя/. При срочните депозити /влогове/ олихвяването става след всяко изтичане на лихвения период, който най-често е от 1,3,6 или 12 месеца /1 година/ (Djondjorova, 2018).

Задача 6. (Ivanova, 2021). Гражданин внесъл 2000 лв. на срочен тримесечен депозит, при годишна лихва 4 %. Каква сума ще има в сметката му след 9 месеца?

Решение. За три месеца лихвеният процент е $\frac{1}{4} \cdot 4\% = 1\%$ /В една година има 4 пъти по три месеца, а депозитът е тримесечен./ Лихвените периоди n са 3, тъй като се търси сумата, която ще има в сметката след 9 месеца.

$$K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)^3 = 2000 \cdot 1,01^3 = 2060,60 \text{ лв.}$$

Следователно след 9 месеца гражданинът ще има в сметката си 2060,60 лв.

Добре е учениците да са запознати и с понятието инфлация, което е твърде актуално в последните години. Тя се изразява с процент.

$$(100\% - m\%) \cdot P_1 = P_2$$

Примерни задачи, подходящи за подготовка за НВО

Задачи от движение

1. /Подходяща за първи модул-3 точки./ Разстоянието между два града А и В е 192 km. В 8 h сутринта от двата града един срещу друг тръгват два автомобила. В колко часа ще се срещнат, ако единият се движи със скорост 75 km/h, а другият - с 85 km/h?
2. /Задача от първи модул НВО 2023 г. - 3 точки./ Един велосипедист се движи със скорост 20 m/s, а друг велосипедист изминава 1296 m за 1 минута. С колко метра в секунда вторият велосипедист е по-бърз от първия?
3. /Подходяща за първи модул./ Кола изминава a km със скорост 50 km/h и се върнала обратно, като на връщане пътувала един час по-малко, Времето, за което колата се е върнала, е:

4. /Подходяща за първи модул./ Моторна лодка отива от едно речно пристанище до друго и се връща обратно общо за 5 h. Ако скоростта на лодката в спокойна вода е 15 km/h и скоростта на водата е 3 km/h, то разстоянието между пристанищата е:
5. /подходяща за втори модул./ Пощальонът Пейо трябва да измине разстоянието от А до В за определено време, като се движи с велосипед със скорост 12 km/h. Два часа той се движил с тази скорост, а след това увеличил скоростта си с 20 % и пристигнал в В 20 min по-рано. Намерете разстоянието от А до В и времето, за което пощальонът Пейо е изминал първите 30 km.
6. /Подходяща за втори модул (Ivanova, 2021)./ В един ден велосипедист и пешеходец изминали разстоянието от град А до град Б по еднакъв маршрут. Пешеходецът тръгнал от град А в 11 h и се движил с постоянна скорост 6 km/h. Два часа по-късно от град А тръгнал велосипедист и двамата пристигнали в град Б едновременно. Велосипедистът се движил със средна скорост, два пъти по-голяма от скоростта на пешеходеца.
 А/ Намерете средната скорост на велосипедиста.
 Б/ Намерете в колко часа пешеходецът е пристигнал в град Б.
 В/ Намерете разстоянието между град А и град Б.
 Г/ Какво е било разстоянието между велосипедиста и пешеходеца в 13 h 30 min?
 Д/ Каква е средната скорост на автомобил, който е изминал разстоянието между градовете А и Б за 16 min?

Задачи от работа

1. /Подходяща за първи модул./ Строителна фирма може да построи една жилищна сграда за 25 седмици, а друга фирма може да свърши същата работа за 20 седмици. За колко седмици двете фирми заедно могат да построят 45% от жилищната сграда?
2. /Подходяща за първи модул./ Един багер може сам да изкопае канал за 24 дни, а друг – за $\frac{2}{3}$ от това време. За колко дни двата багера заедно могат да изкопаят $\frac{5}{12}$ от канала?
 А/ 4 , Б/ 6, В/ 8, Г/ 10
3. /Подходяща за първи модул./ Един работник може да извърши определена работа за 10 часа. Производителността на друг работник е с 40% по-ниска. Времето в часове, за което двамата заедно могат да извършат половина от тази работа, е корен на уравнението:
 А/ $\frac{x}{10} + \frac{x}{25} = \frac{1}{2}, x > 0$, Б/ $\frac{x}{10} + \frac{3x}{50} = \frac{1}{2}, x > 0$,
 В/ $\frac{x}{10} + \frac{x}{14} = \frac{1}{2}, x > 0$, Г/ $\frac{x}{10} + \frac{x}{16} = \frac{1}{2}, x > 0$
4. /Подходяща за втори модул./ В две фирми работят общо 12 работници и заедно трябва да изпълнят поръчка за изработване на 500 детайла. Всеки работник от първата фирма изработва по 40 детайла. А всеки работник от втората – по 45 детайла. Намерете броя на работниците от първата фирма.
5. /Подходяща за втори модул (Alashka, M., (2019)). / Петър трябвало да реши определен брой задачи за 20 дни, като на ден решава по 12 геометрични или по 15 алгебрични задачи. Той решавал по 16 задачи на ден и 4 дни преди срока бил решил всички зададени задачи и 1 геометрична задача допълнително. Колко геометрични задачи е решил Петър?
6. /Подходяща за втори модул (Alashka, M., (2019)). / Фирма е наета да изоре нивите в една община за определен срок. Тя сметнала, че трябва да изорава всеки ден по 240 дка, за да свърши точно в определения срок, и заложила това като дневна норма. Първите четири дни трактористите от фирмата изоравали на ден 25 % по-малко декара от дневната норма. Поради лошото време следващите 2 дни фирмата не работила. След лошото време тя увеличила с 50 % заложената си дневна норма и завършила изораването 4 дни преди определения срок.
 а/ Колко дни е определеният срок?

б/ Колко декара ниви са изорали трактористите от фирмата?

в/ Колко декара ниви на ден е трябвало да изорават трактористите след лошото време, за да свършат точно в определения срок?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математиката е преди всичко начин на мислене, съществува навсякъде в заобикалящия ни свят, търси решения на проблеми. Правилният подход към нея, особено в ранните детски и юношески години, е от първостепенно значение за това дали ще бъде развит и съхранен потенциалът на детето, или напротив, то ще попадне в групата на незаинтересованите или тези с повишена математическа тревожност - чувството на безпокойство и стрес при обработка на числова информация или работа с абстрактни понятия. За съжаление стандартното училищно обучение по математика засега работи по-скоро в посока на увеличаване на броя на неразбиращите математиката ученици, особено в посока на решаване на задачи от моделиране.

Очевидно решаването на задачи с математическо моделиране в обучението е труден и сложен процес, но и изключително важен за интелектуалното и математическо развитие на учениците. След направения анализ на съвременните учебници по математика за 7 клас, изводът е, че липсват методически и иновативни идеи относно изучаването на този материал. Това води и до затруднения в подготовката на учениците за НВО, а почти всяка година във втори модул се дава задача от движение или работа, която дава и повече точки при оценяването. Учениците масово не могат да решават такъв тип задачи. Затова и цялостното им представяне по математика е по-ниско от БЕЛ /През 2022 г. средният брой точки за страната по БЕЛ е 53,63 точки, а по математика - 35,32 точки при максимален брой точки 100, а през 2023 г. съответно по БЕЛ – 55,04 точки, а по математика – 35,29 точки/. Това показва необходимостта да се провеждат редица упражнения в часовете по математика във връзка с решаване на задачи от този тип. За съжаление в седми клас е предвиден само един час за упражнение на задачи от движение и един час за упражнение на задачи от работа.

БЛАГОДАРНОСТ

Това изследване е подкрепено от проект 2023-ФПНО-03, финансиран от Фонд „Научни изследвания“ на Русенския университет.

REFERENCES

Alashka, M., Z. Paskaleva, R. Alashka (2019). Алашка М., Паскалева З., Алашка Р. (2019) Tests for the national external assessment first and second book, Arhimed 2 press (**Оригинално заглавие:** *Тестове за национално външно оценяване първа и втора книга, 7 клас, изд. Архимед 2*).

Andreev, M. (1961). Didactics, Prosveta press, Sofia (**Оригинално заглавие:** Андреев М., (1961). Дидактика. София, НП).

Velkova, V., V. Dimitrova-Stoyanova (2018). Mathematics for 7th grade, SANPRO press (**Оригинално заглавие:** *Велкова В., Димитрова-Стоянова В., (2018). Учебник по математика за 7 клас, издателство САНПРО*).

Gnedenko B. (1986). Гнеденко Б., (1986). Forming students' worldview in mathematics education, Prosveta press, Sofia (**Оригинално заглавие:** *Формиране на мироглед у учениците при обучението по математика. София, НП*).

Danova D., E. Kolev, etc., (2017). Mathematics for 6th grade, Bulvest 2000 press (**Оригинално заглавие:** *Данова Д., Е. Колев и други (2017). Учебник по математика за 6 клас, изд. Булвест 2000*).

Djondjorova I., I. Kyoseva, etc., (2018). Mathematics for 7th grade, Anubis press (**Оригинално заглавие:** *Джонджорова И., Кьосева М., Тодорова П., Витанов Т., (2018). Учебник по математика за 7 клас, ИК Анупис*).

Zapryanov Z., (1990). Запрянов З., (1990). Concept of mathematical model - Mathematics and Computer Science Education, No 1 (**Оригинално заглавие:** *Понятие за математически модел. – Обучението по математика и информатика, No 1*).

Ivanova, V., (2021). Sample mathematics tests for external assessment and admission to high school 7th grade, BG Textbook press (**Оригинално заглавие:** *Иванова В., (2021). Примерни тестове по математика за външно оценяване и прием в гимназия 7 клас, „БГ Учебник“*).

Ninova Y., S. Matakiewa (2021). Mathematics textbook for 7 th grade, Prosveta press (**Оригинално заглавие:** *Нинова Ю., Матакиева С., Райков Н., Христова Т., (2021). Учебник по математика за 7 клас, издателство „Просвета плюс“*).

Paskaleva Z., M. Alashka, etc. (2018). Textbook of mathematics for 7th grade, Arhimed press (**Оригинално заглавие:** *Паскалева З., Алашка М., Алашка Р., (2018). Учебник по математика за 7 клас, издателство „Архимед“*).

<https://docplayer.bg/> (май 2023 г.)

<https://dideva.alle.bgo/> (май 2023 г.)