

FRI-20.21-1-SITSTL-09

INVESTIGATION OF THE CRITICAL SKIDDING SPEED OF A VEHICLE IN A CURVE⁹

Assoc. Prof. Daniel Lyubenov, PhD

Department of Transport,
 “Angel Kanchev” University of Ruse
 Tel.: (+359) 082 888 605
 E-mail: dliubenov@uni-ruse.bg

Eng. Metodiy Steliyanov, PhD Student

Department of Transport,
 “Angel Kanchev” University of Ruse
 Phone: (+359) 0876 308 849
 E-mail: metodiy@abv.bg

***Abstract:** Part of the severe road accidents occur when vehicles move along a curve and lose lateral stability. This study presents the relationships for calculating the critical speed at which a vehicle starts to skid. An experimental investigation was conducted to determine the coefficient of friction during emergency braking on a wet pavement in Australia. Basic descriptive statistics and a confidence interval were provided. Based on the obtained results, the critical speeds of skidding were calculated for different curve radii. A comparison of the calculated speeds was also made under the conditions in Bulgaria.*

***Keywords:** Critical speed, Friction coefficient, Road safety, Lateral stability*

ВЪВЕДЕНИЕ

Безопасността при движение по пътищата зависи в голяма степен от устойчивостта и спирачните свойства на автомобилите. Коефициентът на сцепление е параметър, който определя критичната скорост при движение в крива (Sledge, H., 1997; Bukljaš, Z., 2012) и спирачния път за безопасно спиране, особено в условия на аварийни ситуации. Част от тежките произшествия настъпват при движение на автомобилите в крива и загуба на напречна устойчивост, особено при мокра настилка. При този вид казуси е необходимо да се изчисли критичната скорост, при която започва унасяне на автомобила.

В техническата литература липсват достатъчно актуални данни за реални коефициенти на сцепление, получени експериментално при динамични условия, което затруднява автотехническите експерти при реконструкция на пътните произшествия и при оценката на възможността за предотвратяването им. Целта на настоящата работа е да бъдат получени експериментални данни за коефициенти на сцепление в реални динамични условия и да бъде направена сравнителна оценка на критичната скорост при движение на автомобил в крива. Тези данни позволяват определяне на различни показатели, като по този начин се подобрява точността на реконструкцията на ПТП.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Устойчивостта на автомобила при движение в крива е определяща за безопасността на движението. При превишаване на критичната скорост, при която центробежната сила надвишава максималната сила на сцепление, настъпва унасяне и загуба на контрол. Този граничен режим зависи от радиуса на кривата, напречния наклон на пътя, както и от коефициента на сцепление, който може да е значително по-нисък при мокри настилки. В практиката на съдебните

⁹ Докладът е представен на пленарната сесия на 24 октомври 2025 г. в секция Sustainable and Intelligent Transport Systems, Technologies and Logistics, с оригинално заглавие на български език: Изследване На Критичната Скорост На Унасяне При Движение На Автомобил В Крива.

автотехнически експертизи често възниква необходимост от определяне на възможната скорост в конкретна крива, за да се установи причината за произшествието.

За да се анализират устойчивостта и управляемостта на автомобила, е необходимо да се знае големината на напречната сила, която се стреми да измени посоката на движение или да преобърне автомобила. При криволинейно движение това е центробежната сила (Sun, B., 2024)

$$F_c = \frac{mv^2}{R}, \quad (1)$$

където m е масата на автомобила; v – скоростта на автомобила; R – радиусът на кривата.

Максималната скорост, при която автомобила може да запази устойчивост (критична скорост), при движение в крива за хоризонтален път, се определя от израза (Neades J., 2007)

$$V_k = \sqrt{g\phi R}, \quad (2)$$

където g е земното ускорение; ϕ – коефициентът на напречно сцепление; R – радиусът на кривата.

За път с напречен наклон, критичната скорост се определя от израза

$$V_k = \sqrt{gR \frac{\phi + tg\gamma}{1 - \phi tg\gamma}}, \quad (3)$$

където γ е ъгълът на напречния наклон на пътя.

Методиката на изследването включва определяне на коефициента на сцепление между гумите на автомобил и пътната настилка. Изследването е проведено с автомобил Toyota Hilux, 2023 г. Гумите са Yokohama Geolandar A/T G94 с размер 265/65R17 112S. Дълбочината на грайфера е 5 mm, а налягането е съгласно предписанията на производителя.

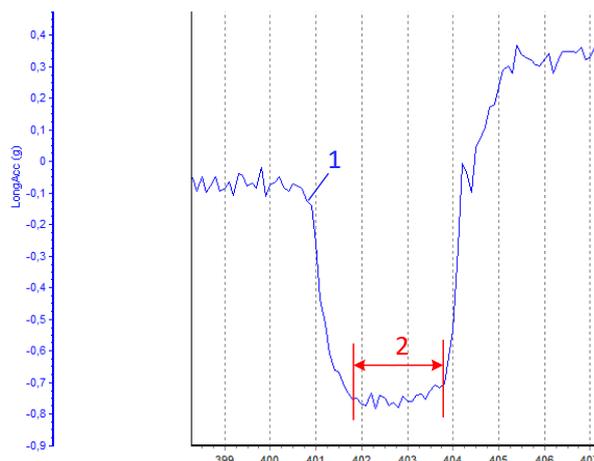
Опитите са проведени на Национален скоростен път № 95, в региона Пилбара, в участъка между километър 1173 и 1212, в близост до град Нюман. Пътят е с две ленти (фиг. 1) с двуслойна битумна запечатка 16/10 mm, положена върху два носещи пласта по 200 mm от трошен камък.



Фиг. 1. Участък от Национален скоростен път № 95

Като цяло областта се характеризира с хълмист терен, който съответства на местната топография. Пътят е с широки и плавни завой, осигуряващи добра видимост и възможност за безопасно изпреварване, с ограничен брой участъци с малък радиус на кривата. Налични са банкети с широчина два метра, даващи възможност за аварийни спирания и престой. Участъкът, където са проведени опитите е хоризонтален. Изследването е проведено при мокра пътна настилка по време на валеж от силен дъжд. Температура на въздуха 32°C.

Скоростта в началото на спиране е около 80 km/h. Автомобилът е оборудван с GPS система VBOX (Сієрка, М. & R. JanCzur., 2023; Masory O., et.al., 2006). Резултатите са обработени със софтуер Vboxtools, като зоната на измерване на средната стойност на ускорението е маркирана с позиция 2 (фиг. 2).



Фиг. 2. Запис на надлъжното ускорение при спиране
 (1) Надлъжно ускорение; (2) Зона на измерване.

В табл. 1 са представени данни за основните числови характеристики на коефициента на сцепление и спиращото закъснение ($a_{сп} = \varphi g$) при проведените опити.

Таблица 1. Основни числови характеристики

Statistics		Коефициент на сцепление	Спиращо закъснение, m/s ²
N	Valid	10	10
	Missing	0	0
Mean		0,7406	7,2653
Std. Error of Mean		0,00489	0,04800
Median		0,7385	7,2447
Mode		0,72	7,02
Std. Deviation		0,01547	0,15178
Skewness		0,207	0,207
Std. Error of Skewness		0,687	0,687
Kurtosis		-0,899	-0,899
Std. Error of Kurtosis		1,334	1,334
Range		0,05	0,46
Minimum		0,72	7,02
Maximum		0,76	7,49

В таблицата статистическите величини имат следното значение: Mean (Средна стойност) – показва средния коефициент на сцепление; Std. Error of Mean (Стандартна грешка на средната) – показва колко точно е изчислена средната стойност и нейното положение в генералната съвкупност; Median (Медиана) – средната стойност в проведените описи. Половината наблюдения са под нея, половината над нея. По-малко чувствителна е към екстремни стойности от Mean; Mode (Мода) – най-често срещаната стойност в данните; Std. Deviation (Стандартно отклонение) – показва колко се разпръскват данните около средната. Малко отклонение - повечето стойности са близо до средната; голямо - стойностите са по-разпръснати; Range (Размах) – разлика между най-голямата и най-малката стойност (Max – Min). Показва целия „обхват“ на данните от спиранията. Minimum / Maximum – най-малката и най-голямата получена стойност; Skewness (Асиметрия) – показва дали данните са симетрични: 0 - симетрично (като камбана). Положителна стойност - „опашка“ вдясно (има няколко по-големи стойности). Отрицателна стойност - „опашка“ вляво; Std. Error of Skewness (Стандартна грешка на асиметрията) – мярка за точността на изчислената асиметрия. Kurtosis (Изпъкналост) – показва „остротата“ на разпределението: 0 - нормално (стандартна камбана). Положителна стойност - по-остро връхче, повечето стойности са близо до средната, но има и повече

крайни. Отрицателна стойност - по-плоско разпределение; Std. Error of Kurtosis (Стандартна грешка на изпъкналостта) – точността на оценката за kurtosis.

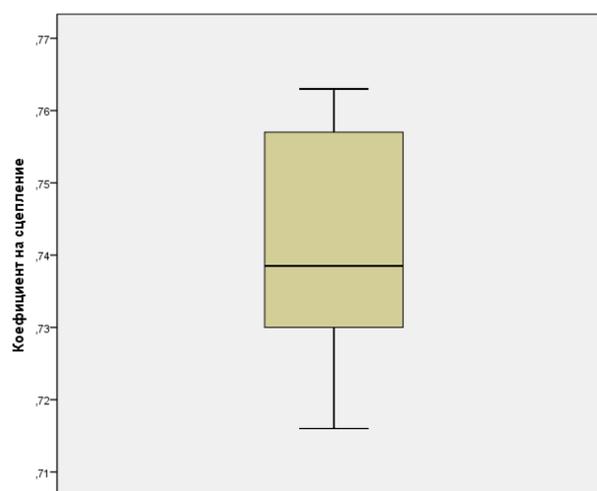
За да се определи в какви граници се намира средният коефициент на сцепление от изследването, следва да се определи доверителен интервал (95 %). Това би позволило не само да се даде точкова оценка (средна стойност), но и интервална оценка, която отчита естествените вариации в измерванията (табл. 2).

Таблица 2. Доверителен интервал

Descriptives			Statistic	Std. Error
Коефициент на сцепление	Mean		0,7406	0,00489
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	0,7295	
		Upper Bound	0,7517	
Спирачно закъснение, m/s ²	Mean		7,2653	0,04800
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	7,1567	
		Upper Bound	7,3739	

Доверителният интервал показва границите (Lower Bound – долна граница; Upper Bound – горна граница), в които с вероятност 95% може да се очаква да попадне истинската средна стойност на коефициента на сцепление. Това е важно, защото всяко експериментално измерване съдържа грешка и вариация. Чрез доверителния интервал резултатите от изследването могат да бъдат обобщени и приложени към по-широк кръг от произшествия.

За графична визуализация на получените данни е направен Box-plot (фиг. 3)



Фиг. 3. Box-plot визуализация на данните

Хоризонталната линия вътре в кутията представлява медианата (средната по ред стойност). Границата на долната част на кутията (25% от данните са под тази стойност) е долен квантил, границата на горната част на кутията (75% от данните са под нея) – горен квантил. Кутия показва разпределението между долния и горния квантил. Хоризонталните линии извън кутията обхващат най-малката и най-голямата стойност. Установява се, че за конкретните данни – няма отклонения (outliers), а медианата е близо до центъра на кутията, което показва почти симетрично разпределение, което е добре от гледна точка на експертното изследване на ПТП.

За условията на България в (Kirilov, F., 2022) са представени резултати от изследвания на коефициента на сцепление от 100 проведени опита с автомобили за мокра асфалтова настилка, каквато е настилката по републиканските пътища. Средната стойност на коефициента на сцепление е 0,6139. Със средната стойност на коефициентите на сцепление за Австралия (0,7406) и България (0,6139) по зависимост 3 е определена критичната скорост (V_k) за различни радиуси на кривата.

Таблица 3. Резултати за критичната скорост

Радиус, m	Австралия		България		Разлика, km/h
	V _к , m/s	V _к , km/h	V _к , m/s	V _к , km/h	
50	19,06	68,61	17,35	62,47	6,14
100	26,95	97,04	24,54	88,35	8,69
150	33,01	118,84	30,06	108,20	10,64
200	38,12	137,23	34,71	124,94	12,29
250	42,62	153,43	38,80	139,69	13,74
300	46,69	168,07	42,51	153,02	15,05

Установява се, че за изследваните радиуси на кривата критичните скорости за Австралия се изменят в граници от около 69 до 168 km/h, а за България – от 62 до 153 km/h. Разликата в критичните скорости варира от около 6 до около 15 km/h в зависимост от радиусът, като при големите радиуси на кривата разликата в критичната скорост е по-голяма. При определени условия тази разликата в критичната скорост може да бъде причина за възникване на произшествия, свързани със загубата на устойчивост.

Коефициентът на сцепление е един от важните входни фактори и при определяне на ефективния спирачен път при аварийно спиране (Kuznetsov, Yu., 2021; Ben-Edigbe J., 2020; Bassan, S., 2016). В табл. 4 са представени резултати за ефективния спирачен път ($S_{\text{еф}}$) за конкретните измервания в Австралия и България. Използвани са средните стойности на експериментално получените коефициенти на сцепление.

Таблица 4. Ефективен спирачен път при различни условия

Скорост на автомобила		Австралия	България	Разлика
km/h	m/s	$S_{\text{еф}}$, m	$S_{\text{еф}}$, m	Δ , m
50	13,89	13,28	16,02	2,74
90	25,00	43,01	51,89	8,88
140	38,89	104,08	125,56	21,48

Резултатите определят разлика в ефективния спирачен път от 2,74 до 21,48 метра. Отнесена към дължината на ефективния спирачен път за България се установява, че разликата е около 17 %. Спирачният път е пряко свързан с определянето на възможността за предотвратяване на произшествията. В тази връзка по-високото сцепление на пътя оказва пряко влияние върху безопасността на движението.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В тази работа са представени зависимости за определяне на критичната скорост – максималната скорост, при която автомобила може да запази устойчивост при движение в крива, които могат да бъдат използвани при експертното изследване на такъв вид произшествия.

В резултат на експериментални изследвания, проведени при реални пътни условия в Австралия, са получени данни за коефициента на сцепление на мокра настилка. На тяхна основа са определени основни числови характеристики и интервални оценки.

За различни радиуси на криви са определени критичните скорости на движение. Установява се, че за изследваните радиуси, критичните скорости за Австралия се изменят в граници от около 69 до 168 km/h, а за България – от 62 до 153 km/h. Разликата в критичните скорости варира от около 6 до 15 km/h в зависимост от радиусът на кривата.

За експериментално получените данни е определен ефективния спирачен път. Резултатите сочат разлика в спирачния път от 2,74 до 21,48 метра за изследваните скорости. Отнесена към дължината на ефективния спирачен път за България се установява, че разликата е около 17 %.

REFERENCES

Bassan, S. (2016). Sight distance restriction on highways' horizontal curves: insights and sensitivity analysis. *European Transport Research Review* 8, Article number 21.

Ben-Edigbe J., & Makinde O. (2020). Influence of Night Rainfall on Stopping Sight Distance on Dark Roadways. *Open Transportation Journal*, Volume 14, 14-32.

Bukljaš, Z., Radoš, J., & Peh, B. (2012). Calculation of Critical Vehicle Speeds Negotiating Through Curve. *Promet - Traffic&Transportation*, 10 (3), 141–148.

Ciępka, M., & R. JanCzur. (2023). Application of Vbox Sport and Vbox 3i devices in the inspection of post-accident vehicles. *Problems of Forensic Sciences 2019*, vol. 117, 63–71.

Kirilov, F. (2022). Experimental Studies on the Fundamental Dynamic Properties of Vehicles for Road Traffic Accident Analysis. Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor. p. 173.

Kuznetsov, Yu., & Ghassan, Ola. (2021). Establishing the requirements for the minimum values of stopping sight distance on the road surface from the condition of vehicle braking safely. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 1159 (1): 012082.

Masory O., et.al. (2006). Experimental Determination of the Translational Acceleration Values for a Spinning Vehicle. *19th Florida Conference on Recent Advances in Robotics*, May 25-26.

Neades J. (2007). Determining The Maximum Speed At Which A Bend Can Be Negotiated. *Impact Spring*, Vol. 16 No. 1.

Sledge, H. & Marshek, K. (1997). Formulas for Estimating Vehicle Critical Speed From Yaw Marks — A Review, *SAE Technical Paper 971148*.

Sun, B., Wei, S., & Li, P. (2024). Analysis of the effect of flow channel structures on the centrifugal accelerated motion of particles in a vacuum state. *Scientific Reports* 14, 8634.