

ISSN 1311-3321 (print)
ISSN 2535-1028 (CD-ROM)
ISSN 2603-4123 (on-line)

UNIVERSITY OF RUSE “Angel Kanchev”
РУСЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ “АНГЕЛ КЪНЧЕВ”

BSc, MSc and PhD Students & Young Scientists
Студенти, докторанти и млади учени

PROCEEDINGS

Volume 60, book 6.5.
Financial Mathematics
&
Informatics

НАУЧНИ ТРУДОВЕ

Том 60, серия 6.5.
Финансова математика
&
Информатика

Ruse
Русе
2021

Volume 60 of PROCEEDINGS includes the papers presented at the scientific conference RU&SU'21, organized and conducted by University of Ruse "Angel Kanchev" and the Union of Scientists - Ruse. Series 6.5. contains papers reported in the Financial Mathematics and Informatics sections.

Book	Code	Faculty and Section
Agrarian and Industrial Faculty		
1.1.	FRI-ONLINE-1-AMT&ASVM	Agricultural Machinery and Technologies, Agrarian Science and Veterinary Medicine
	FRI-ONLINE-1-MR	Maintenance and Reliability
	FRI-ONLINE-1-THPE	Thermal, Hydro- and Pneumatic Equipment
	FRI-ONLINE-1-EC	Ecology and Conservation
	FRI-ONLINE-1-ID	Industrial Design
1.2.	WED-ONLINE-SSS-AMT&ASVM	Agricultural Machinery and Technologies, Agrarian Science and Veterinary Medicine
	WED-ONLINE-SSS- MR	Maintenance and Reliability
	WED-ONLINE-SSS-THPE	Thermal, Hydro- and Pneumatic Equipment
	WED-ONLINE-SSS-EC	Ecology and Conservation
	WED-ONLINE-SSS-ID	Industrial Design
Faculty of Mechanical and Manufacturing Engineering		
2.1.	FRI-ONLINE-1-MEMBT	Mechanical Engineering and Machine-Building Technologies
2.2.	WED-ONLINE-SSS-MEMBT	Mechanical Engineering and Machine-Building Technologies
Faculty of Electrical Engineering Electronics and Automation		
3.1.	FRI-ONLINE-1-EEEE	Electrical Engineering, Electronics and Automation
3.2.	FRI-ONLINE-1-CCT	Communication and Computer Technologies
3.3.	THU-ONLINE-SSS-EEEE	Electrical Engineering, Electronics and Automation
	THU-ONLINE-SSS-CCT	Communication and Computer Technologies
Faculty of Transport		
4.1.	FRI-2.209-1-TMS	Transport and Machine Science
4.2.	FRI-2.204-SITSTL	Sustainable and Intelligent Transport Systems, Technologies and Logistics
4.3.	WED-ONLINE-SSS-TMS	Transport and Machine Science
Faculty of Business and Management		
5.1.	FRI-ONLINE-1-EM	Economics and Management
5.2.	FRI-ONLINE-1-ESSIR	European Studies, Security and International Relations
5.3.	FRI-ONLINE-1-SW	Social Work
5.4.	THU-ONLINE-SSS-EM	Economics and Management
Faculty of Natural Sciences and Education		
6.1.	FRI-ONLINE-1-MIP	Mathematics, Informatics and Physics
6.2.	FRI-ONLINE-1-PP	Pedagogy and Psychology
6.3.	FRI-ONLINE-1-LL	Linguistics and Literature
	FRI-ONLINE-1-AS	Art Studies
6.4.	FRI-ONLINE-1-ERI	Education - Research and Innovations

6.5.	THU-ONLINE-SSS-FM	Financial Mathematics
	THU-ONLINE-SSS-PP	Pedagogy and Psychology
Faculty of Law		
7.1.	FRI-ONLINE-1-LS	Law Studies
7.2.	FRI-ONLINE-1-NS	National Security
7.3.	MON-ONLINE-SSS-L	Law Studies
Faculty of Public Health and Health Care		
8.1.	FRI-ONLINE-1-HP	Health Promotion
8.2.	FRI-ONLINE-1-HC	Health Care
8.3.	FRI-ONLINE-1-MCDA	Medical and Clinical Diagnostic Activities
8.4	THU-ONLINE-SSS-HP	Health Promotion
	FRI-ONLINE-SSS-HC	Health Care
	THU-ONLINE-SSS-MCDA	Medical and Clinical Diagnostic Activities
Quality of Education Directorate		
9.1.	FRI-ONLINE-QHE	Quality of Higher Education
Razgrad Branch of the University of Ruse		
10.1.	FRI-LCR-1-CT(R)	Chemical Technologies
10.2.	FRI-LCR-1-BFT(R)	Biotechnologies and Food Technologies
10.3.	TUE-ONLINE-SSS-BFT(R)	Biotechnologies and Food Technologies
	TUE-ONLINE-SSS-CT(R)	Chemical Technologies
Silistra Branch of the University of Ruse		
11.1.	FRI-ONLINE-DPM(S)	Didactics, Pedagogy and Methodology of training in...
	FRI-ONLINE-LTLHF(S)	Linguistics; Theory of Literature and History; Philosophy
	FRI-ONLINE-ELENSTS(S)	E-Learning; Electrical; Technical Sciences
11.2.	FRI-ONLINE-SSH(S)	Humanities
	FRI-ONLINE-SSS-PPTM(S)	Pedagogy, Psychology, and Teaching Methodology
	FRI-ONLINE-SSS-TS(S)	Technical Sciences

The papers have been reviewed.

ISSN 1311-3321 (print)

ISSN 2535-1028 (CD-ROM)

ISSN 2603-4123 (on-line) Copyright © authors

The issue was included in the international ISSN database, available at <https://portal.issn.org/>.

The online edition is registered in the portal ROAD scientific resources online open access



PROGRAMME COMMITTEE

- **Prof. Amar Ramdane-Cherif**
University of Versailles, France
- **Assoc. Prof. Manolo Dulva HINA**
ECE Paris School of Engineering, France
- **Prof. Leon Rothkrantz**
Delft University of Technology, Netherlands
- **Assoc. Prof. Antonio Jose Mendes**
University of Coimbra, Portugal
- **Prof. Ville Leppanen**
University of Turku, Finland
- **Assoc. Prof. Marco Porta**
University of Pavia, Italy
- **Prof. Douglas Harms**
DePauw University, USA
- **Prof. Zhanat Nurbekova**
L. N. Gumilyov Eurasian National University, Nur Sultan, Kazakhstan
- **Prof. Mirlan Chynybaev**
Kyrgyz State Technical University, Bishkek, Kyrgyzstan
- **Prof. Ismo Hakala, PhD**
University of Jyväskylä, Finland
- **Prof. Dr. Artur Jutman**
Tallinn University of Technology, Estonia
- **Prof. RNDr. Vladimír Tvarozek, PhD**
Slovak University of Technology in Bratislava, Bratislava, Slovakia
- **Doc. Ing. Zuzana Palkova, PhD**
Slovak University of Agriculture in Nitra, Nitra, Slovakia
- **Andrzej Tutaj, PhD**
AGH University of Science and Technology, Krakow, Poland
- **Prof. Valentin NEDEFF Dr. eng. Dr.h.c.**
“Vasile Alecsandri” University of Bacău, Romania
- **Dr. Cătălin POPA**
“Mircea cel Bătrân” Naval Academy, Constantza, Romania
- **Prof. dr Larisa Jovanović**
Alfa University, Belgrade, Serbia
- **Prof. dr hab. Edmund LORENCOWICZ**
University of Life Sciences in Lublin, Poland
- **Assoc. Prof. Ion MIERLUS - MAZILU, PhD**
Technical University of Civil Engineering, Bucharest, Romania
- **Prof. Dojčil Vojvodić PhD**
Faculty of Philosophy, University of Novi Sad, Serbi
- **Assoc. Prof. Alexandrache Carmen, PhD**
Department of Teacher Training, “Dunarea de Jos”, Galati University, Romania
- **Prof. Alberto Cabada**
University of Santiago de Compostela, Faculty of Mathematics, Santiago de Compostela, Spain
- **Kamen Rikev, PhD**
Institute of Slavic Philology, Maria Curie-Skłodowska University in Lublin, Poland
- **Prof. Emilija Gjorgjeva, PhD**
Goce Delchev University - Shtip, Nord Macedonia
- **Prof. Dr. Ricardo Gobato**
Secretariat of State of Parana Education and Sport (SEED/PR),

Laboratory of Biophysics and Molecular Modeling Genesis

- **Prof. Dr. Fatima Rahim Abdul Hussein**
University of Misan, College of Basic Education, English Department, Iraq
- **Anna Klimentova, PhD**
Constantine the Philosopher University Nitra, Slovakia
- **Prof. Petar Sotirov DSc**
Maria Curie-Sklodowska University of Lublin, Poland
- **Prof. Stepan Terzian DSc**
Bulgarian Academy of Science, Bulgaria
- **Prof. Igor Kevorkovich Danilov, DSc**
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia
- **Prof. Aleksander Valentinov Sladkowski, DSc**
Silesian University of Technology, Poland
- **Prof. Dr. Vera Karadjova,**
“St. Kliment Ohridski” University – Bitola, Faculty of tourism and hospitality – Ohrid, Republic of North Macedonia
- **Prof. Dr. Aleksandar Trajkov**
“St. Kliment Ohridski” University - Bitola, Faculty of tourism and hospitality – Ohrid, Republic of North Macedonia
- **Prof. Dr. Petar Pepur**
University of Split, Croatia
- **Prof. Dr. Korhan Arun**
Namik Kemal University, Tekirdağ, Turkey
- **Prof. Yuliya Yorgova, PhD**
Burgas Free University, Bulgaria
- **Prof. Claudia Popescu, PhD**
Bucharest University of Economic Studies, Romania
- **Prof. Dr. Gerhard Fiolka**
University of Fribourg, Switzerland
- **Prof. Haluk Kabaalioglu, PhD**
Yeditepe University, Turkey
- **Prof. Silva Alves, PhD,**
University of Lisbon, Portugal
- **Hanneke van Brugge, DHC mult**
Appeldoorn, The Netherlands
- **Prof. Nino Žganec, DSc**
President of European Association of Schools of Social Work, University of Zagreb, Croatia
- **Prof. Violeta Jotova**
Direction Pediatrics at St. Marina University Hospital - Varna, Bulgaria, Chair ESPE
Postgraduate Qualification Committee
- **Prof. Tanya Timeva, MD, PhD**
Obstetrics and Gynecology Hospital "Dr. Shterev", Sofia, Bulgaria
- **Prof. Kiril Stoychev, PhD,**
Institute of Metal Science, Equipment and Technologies “Acad. A. Balevsci” with
Hydroaerodynamics centre – BAS, Bulgaria
- **Assoc. Prof. Mark Shamtsyan, PhD**
Technical University, Saint Petersburg, Russia
- **Assoc. Prof. Oleksii Gubenia, PhD**
National University of Food Technology, Kiev, Ukraine
- **Assoc. Prof. Olexandr Zaichuk, DSc**
Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnepropetrovsk, Ukraine
- **Prof. Eugene Stefanski, DSc**
Samara University, Russia

- **Doc. Dr Tatiana Strokovskaya**
International University of Nature “Dubna”, Dubna, Russia
- **Prof. Papken Ehasar Hovsepian**
Sheffield Hallam University, Sheffield, UK
- **Accos. Prof. Krassimir Dochev Dochev, PhD**
University of Portsmouth School of Engineering, UK
- **Mariana Yordanova Docheva, PhD**
University of Portsmouth School of Engineering, UK
- **Assoc. Prof. Ivan Antonov Lukanov, PhD**
University of Botswana, Faculty of Engineering and Technology, Gaborone, Botswana
- **Assoc. Prof. Petko Vladev Petkov, PhD**
Research Associate Cardiff University, UK
- **Prof. Dr. Gabriel Negreanu**
University Politehnica of Bucharest, Romania

ORGANISING COMMITTEE

◆ ORGANIZED BY: UNIVERSITY OF RUSE (UR) AND UNION OF SCIENTISTS (US) - RUSE

◆ ORGANISING COMMITTEE:

● Chairperson:

COR. MEM Prof. Hristo Beloev, DTSc – Rector of UR, Chairperson of US - Ruse

● Scientific Secretary:

Prof. Diana Antonova PhD, Vice-Rector Research,
dantonova@uni-ruse.bg, 082/888 249

● Members:

- **Agricultural Machinery and Technologies, Agrarian Sciences and Veterinary Medicine**
- **Maintenance and Reliability**
- **Thermal, Hydro- and Pneumatic Equipment**
- **Ecology and Conservation**
- **Industrial Design**
Assoc. Prof. Plamen Manev,
pmanev@uni-ruse.bg, 082 888 542
- **Contemporary Foreign Language Teaching; Didactics, Pedagogy and Psychology;**
(16.10., Silistra)
Assoc. Prof. Diana Zhelezova-Mindizova, PhD,
dmindizova@uni-ruse.bg
- **Linguistics; Theory of Literature and History; Philosophy** (16.10., Silistra)
Assoc. Prof. Romyana Lebedova, PhD,
rlebedova@uni-ruse.bg
- **E-Learning; Energy Effectiveness; Natural Sciences; Technical Sciences; Mathematics and Informatics** (16.10., Silistra)
Pr. Assist. Evgenia Goranova, PhD,
egoranova@uni-ruse.bg
- **Chemical Technologies** (06-07.11., Razgrad)
- **Biotechnologies and Food Technologies** (06-07.11., Razgrad)
Assoc. Prof. Tsvetan Dimitrov, PhD,
conf_rz@abv.bg, 0887 631 645
- **Mechanical Engineering and Machine-building Technologies**
Assoc. Prof. Dimitar Dimitrov, PhD,
ddimitrov@uni-ruse.bg, 0886 474 834, 082/888 653
- **Electrical Engineering, Electronics and Automation**
Assoc. Prof. Boris Evstatiev, PhD,
bevstatiev@uni-ruse.bg, 082 888 371
- **Communication and Computer Systems**
Assoc. Prof. Galina Ivanova, PhD, giivanova@uni-ruse.bg, 082 888 855
Pr. Assist. Ivanka Tsvetkova, PhD, itsvetkova@uni-ruse.bg, 082 888 836
- **Transport and Machine Science**
Assoc. Prof. Simeon Iliev, PhD,
spi@uni-ruse.bg, 082 888 331

- **Sustainable and intelligent transport systems, technologies and logistics**
Prof. Velizara Pencheva, PhD,
vpencheva@uni-ruse.bg, 082 888 558, 082 888 608
- **Economics and Management**
Pr. Assist. Miroslava Boneva, PhD, mboneva@uni-ruse.bg, 082/888 776
Pr. Assist. Elizar Stanev, PhD, estanev@uni-ruse.bg, 082/888 703
- **European studies, security and international relations**
Prof. Vladimir Chukov, DSc, vlachul@gmail.com, +359 82 825 667
Assoc. Prof. Mimi Kornazheva, PhD, mkornazheva@uni-ruse.bg, +359 82 825 667
- **Mathematics, Informatics and Physics**
Prof. Tsvetomir Vasilev, PhD,
tvasilev@uni-ruse.bg, 082/888 475
- **Education – Research and Innovations**
Assoc. Prof. Emilia Velikova, PhD,
evelikova@uni-ruse.bg, 0885 635 874
- **Pedagogy and Psychology**
Assoc. Prof. Bagryana Ilieva, PhD,
bilieva@uni-ruse.bg 082 888 219
- **History, Ethnology and Folklore**
Pr. Assist. Reneta Zlateva, PhD
rzlateva@uni-ruse.bg, 082/888 752
- **Linguistics, Literature and Art Science**
Assoc. Prof. Velislava Doneva, PhD,
doneva_v@uni-ruse.bg, 0886 060 299
- **Health Promotion**
Assoc. Prof. Stefka Mindova, PhD,
smindova@uni-ruse.bg, 0882 895 149
- **Social Work**
Prof. Sasho Nunev DSc,
snunev@uni-ruse.bg, 0886 802 466
- **Medical and clinical diagnostic activities**
Assoc. Prof. Nikola Sabev, DSc,
nsabev@uni-ruse.bg, 0882 123 305
- **Health Care**
Pr. Assist. Greta Koleva, PhD,
gkoleva@uni-ruse.bg, 0882 517 173
- **Law**
Assoc. Prof. Elitsa Kumanova, PhD,
ekumanova@uni-ruse.bg, 0884 980 050
- **National Security**
Assoc. Prof. Milen Ivanov, DSc,
poligon@abv.bg, 082 888 736
- **Quality of Higher Education**
Prof. Ivanichka Serbezova, PhD, iserbezova@uni-ruse.bg
Daniela Todorova, dtodorova@uni-ruse.bg, 082 888 378.

• **REVIEWERS:**

FINANCIAL MATHEMATICS

- Prof. Angela Slavova, DSc
- Prof. Velizar Pavlov, PhD
- Assoc. Prof. Iliya Brayanov, PhD
- Assoc. Prof. Yuriy Kandilarov, PhD
- Assoc. Prof. Evelina Veleva, PhD
- Assoc. Prof. Desislava Atanasova, PhD,
- Assoc. Prof. Miglena Koleva, DSc,
- Pr. Assist. Prof. Tihomir Gyulov, PhD.

INFORMATICS

- Accos. Prof. Valentina Voinohovska, PhD,
- Accos. Prof. Desislava Baeva, PhD,
- Accos. Prof. Galina Atanasova, PhD,
- Pr. Assist. Prof. Metodi Dimitrov, PhD,
- Pr. Assist. Prof. Magdalena Andreeva, PhD.

FINANCIAL MATHEMATICS

Content

1. FRI-ONLINE-SSS-FM-01	11
On the Force Mortality Modelling <i>Aleksandra Klimenko, Velizar Pavlov</i>	
2. FRI-ONLINE-SSS-FM-02	18
Global Stability Analysis of a Sirs Epidemic Model <i>Mariela Staneva, Julia Chaparova</i>	
3. FRI-ONLINE-SSS-FM-03	25
Application of the Phillips Curve to Study the Relationship Between Unemployment and Wage Growth in Bulgaria <i>Lora Petkova, Vesela Mihova</i>	
4. FRI-ONLINE-SSS-FM-04	26
The Fibonacci Numbers <i>Daniel Grancharov, Iliana Raeva</i>	
5. FRI-ONLINE-SSS-FM-05	33
Cost Analysis of Third Party Motor Liability on the Bulgarian Insurance Market <i>Boryana Stoyanova, Elitsa Raeva</i>	
6. FRI-ONLINE-SSS-FM-06	41
On the Markowitz Portfolio Theory <i>Ayshe Ahmed, Velizar Pavlov</i>	
7. FRI-ONLINE-SSS-FM-07	47
The Impact of Inflation Over the Outstanding Claim Reserves, Using Chain Ladder Method <i>Lyubomir Mitkov, Elitsa Raeva</i>	
8. FRI-ONLINE-SSS-FM-08	56
Tabular Presentation and Visualization of Empirical Data <i>Elif Sali, Elitsa Raeva</i>	

INFORMATICS

Content

1. **FRI-ONLINE-SSS-I-01** 62
Applications and Benefits of Using Kiosks and Integrated Kiosk Software in Education Sphere
Martin Dzhurov, Galina Atanasova
2. **FRI-ONLINE-SSS-I-02** 64
Creation of Advertising and Information Package and Research of Strategies for Attracting Students
Andrea Angelova, Valentina Voinohovska
3. **FRI-ONLINE-SSS-I-03** 72
Web-Based System for Folk Dance Studio "Zora"
Kristina Stefanova, Ivan Stefanov, Galina Atanasova
4. **FRI-ONLINE-SSS-I-04** 78
Creating a Prototype of Touchless Vending Machine
Yordan Ganev, Simeon Baltadzhiev, Kamelia Shoilekova
5. **FRI-ONLINE-SSS-I-05** 83
Research on the Coexistence of Mixed Reality, Internet of Things and Big Data – Potential Benefits for Education
Boyana Ivanova, Rumen Rusev

ON THE FORCE MORTALITY MODELLING¹

Aleksandra Klimenko

Financial Mathematics Student,

University of Ruse

E-mail: alexklimenko@abv.bg

Prof. Velizar Pavlov, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics,

University of Ruse

E-mail: vpavlov@uni-ruse.bg

Abstract: *In actuarial science, biology and demography, a life table (also called a mortality table or actuarial table) is of particular importance. An important benefit from life tables is that they could be used to make predictions on demographics of different populations. In order to price insurance products, and ensure the solvency of insurance companies through adequate reserves, actuaries must develop projections of future insured events (such as death, sickness, and disability). For that purpose, actuaries develop mathematical models of the rates and timing of the events. They do this by studying the incidence of these events in the recent past, and sometimes developing expectations of how these past events will change over time and deriving expected rates of such events in the future, usually based on the age or other relevant characteristics of the population. An actuary's job is to form a comparison between people at risk of death and people who actually died to come up with a probability of death for a person at each age number. In the process of analysing the population decline, an important role has the force of mortality, i.e., the number of deaths in a particular population, scaled to the size of that population, per unit of time (most often one year). In this paper we consider a life table with simulated data and construct a quadratic survival model. Next, we proof its adequacy and present a force mortality interpretation.*

Keywords: *Life table, Survival analysis, Force of mortality*

ВЪВЕДЕНИЕ

Изследванията на динамиката на човешката популация са особено актуални и намират многобройни приложения в демографията, икономиката, застраховането, финансите, медицината, образованието и др. Специален интерес представляват въпросите, свързани с големината, структурата и разпределението на населението; процесите на раждане, смърт, възпроизводство, миграция, застаряване; установяване на зависимости при населението от гледна точка на образование, етническа идентичност, религия, социална принадлежност.

В тези изследвания абсолютните величини като показатели за демографските процеси не позволяват извършването на сравнителни анализи. По тази причина за аналитични цели се използват относителни величини като показатели за демографските процеси. Например при регионални или международни изследвания, абсолютният брой на регистрираните болни от Ковид 19 през последната седмица за два различни региона не е показателен. Този брой трябва да бъде съотнесен към общото население на двата региона и да се сравняват получените относителни стойности. Коефициентите за раждаемост се явяват отношение на годишния брой живородени към средногодишния брой на населението. Така се определя нивото на раждаемост независимо от размера на населението. Аналогично се дефинират и коефициентите за смъртност. Най-често коефициентите за раждаемост и за смъртност се отнасят за отделни възрасти и отделно за двата пола. Това е особено важно за статистическото изучаване на смъртността, тъй като размерът на риска е различен за отделните възрасти, както и за двата пола - мъже и жени.

¹ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика“ с оригинално заглавие на български език: ВЪРХУ МОДЕЛИРАНЕТО НА СИЛАТА НА СМЪРТНОСТТА.

Класическата математическа теория за изчисляване на жизнения цикъл е представена в [1], а някои модификации и подобрения на известната методология са представени в [2] и [3]. С. L. Chiang изследва смъртността като вероятно събитие и въвежда коефициент, който показва колко години още средно живеят лицата от дадена съвкупност след определена възраст до навършване на някаква следваща възраст [4]. За моделиране на възрастовата смъртност успешно може да се използва моделът на Гомперц-Мейкхем [5], отразяващ натрупването на различни рискове с напредването на възрастта. Този модел се основава на т. нар. таблица на смъртността и често се използва за нуждите на животозастраховането и пенсионното осигуряване [6]. Таблиците на смъртността се използват за прогнозиране на възможни застрахователни събития (смърт, болест, инвалидност) и на тази база се планират адекватни финансови резерви за покриване на възможните плащания. За тази цел се разработват и съответни математически модели [7]. В процеса на анализ на намаляване на съответната съвкупност важна роля има силата на смъртността - броят на смъртните случаи в определена популация за единица време (най-често една година) [8].

В настоящата работа е разгледана симулирана таблица на смъртност и е построен квадратичен регресионен модел. Доказана е неговата адекватност и е представено тълкуване на силата на смъртността.

ТАБЛИЦА НА СМЪРТНОСТ

Разглеждаме симулирана таблица на смъртността за кохорта от 100 000 живородени момчета (таблица 1). В тази таблица промяната във възрастта на изучавана кохорта е една година, т. е. стъпката в годините $n = 1$. Въвеждаме съответните общи формули за всяко n . В първия стълб е възрастта $x = 0, 1, 2, \dots$ в години. Във втория стълб е броят l_x на лицата от разглежданата кохорта, които оцеляват до началото на съответната възраст x . По-нататък за всички възрасти $x = 1, 2, 3, \dots, 100 +$ се изчисляват следните показатели:

d_{x+n} - брой на умиращите лица в прехода към следващата възраст $x + n$

$$d_{x+n} = l_x - l_{x+n}$$

p_{x+n} - вероятност за живот, т. е. лице, което е достигнало възрастта x да достигне следващата възраст $x + n$

$$p_{x+n} = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

q_{x+n} - вероятност за умирање, т. е. лице, което е достигнало възрастта x да не достигне следващата възраст $x + n$

$$q_{x+n} = 1 - p_{x+n}$$

L_{x+n} - показател, който представлява втора главна съвкупност на живите - общ брой човеко-години, които преживяват живите, достигнали дадена възраст x в периода до следващата възраст $x + n$. Например числото 97 452, съответстващо на навършена възраст 20, показва общия брой години, които преживяват 97 502 момчета в периода от 20-тия до 21-вия си рожден ден. Човеко-годините във втора главна съвкупност се пресмятат по формулата

$$L_x = \frac{13n}{24} (l_x + l_{x+n}) - \frac{n}{24} (l_{x-n} + l_{x+2n})$$

където за $x = 0$ може да се използва следното приближение (виж [9]):

$$L_1 = 0.2l_0 + 0.8l_1$$

T_x - показател, който дава сбора на втора главна съвкупност на живите за всички възрасти от x , включително нагоре. Той дава информация за общия брой човеко-години които преживяват достигналите дадена възраст до края на живота си. Например числото 4 827 298 е общият брой години, които преживяват 97 502 души след навършване на 20-годишна възраст до края на живота си (таблица 1).

Таблица 1. Таблица на смъртност на кохорта от 100 000 живородени момчета.

Възраст	Брой лица, достигнали възраст x	Брой умрели при прехода	Вер. достигане следв. възраст	Вер. недостигане следв. възраст	Показател на Чанг	Втора главна съвкупност живи (ВГСЖ)	Сбор на ВГСЖ за възрасти $\geq x$	Средна дължина на предстоящ живот на достигналите възраст x
x	l_x	d_{x+n}	p_{x+n}	q_{x+n}	a_{x+n}	L_{x+n}	T_x	e_{x+n}
0	100000	1048	0.9895	0.0105	0.200	99162	6790020	67.900
1	98952	339	0.9966	0.0034	0.379	98742	6690858	67.617
2	98613	64	0.9994	0.0006	0.368	98573	6592117	66.848
3	98549	136	0.9986	0.0014	0.508	98482	6493544	65.892
4	98413	90	0.9991	0.0009	0.480	98366	6395062	64.982
5	98323	92	0.9991	0.0009	0.472	98274	6296696	64.041
6	98231	29	0.9997	0.0003	0.438	98215	6198421	63.100
7	98202	49	0.9995	0.0005	0.526	98179	6100207	62.119
8	98153	59	0.9994	0.0006	0.503	98124	6002028	61.150
9	98094	53	0.9995	0.0005	0.485	98067	5903904	60.186
10	98041	40	0.9996	0.0004	0.465	98020	5805838	59.218
11	98001	19	0.9998	0.0002	0.458	97991	5707818	58.242
12	97982	21	0.9998	0.0002	0.520	97972	5609827	57.254
13	97961	29	0.9997	0.0003	0.513	97947	5511855	56.266
14	97932	30	0.9997	0.0003	0.489	97917	5413909	55.282
15	97902	21	0.9998	0.0002	0.597	97894	5315992	54.299
16	97881	79	0.9992	0.0008	0.542	97845	5218098	53.311
17	97802	100	0.9990	0.0010	0.509	97753	5120254	52.353
18	97702	101	0.9990	0.0010	0.500	97651	5022501	51.406
19	97601	99	0.9990	0.0010	0.500	97551	4924849	50.459
20	97502	100	0.9990	0.0010	0.500	97452	4827298	49.510
21	97402	99	0.9990	0.0010	0.509	97353	4729846	48.560
22	97303	121	0.9988	0.0012	0.510	97244	4632492	47.609
23	97182	129	0.9987	0.0013	0.510	97119	4535249	46.668
24	97053	151	0.9984	0.0016	0.506	96978	4438130	45.729
25	96902	151	0.9984	0.0016	0.491	96825	4341151	44.799
26	96751	120	0.9988	0.0012	0.486	96689	4244326	43.869
27	96631	110	0.9989	0.0011	0.496	96576	4147637	42.922
28	96521	110	0.9989	0.0011	0.480	96464	4051061	41.971
29	96411	58	0.9994	0.0006	0.494	96382	3954598	41.018
30	96353	102	0.9989	0.0011	0.517	96304	3858216	40.043
31	96251	100	0.9990	0.0010	0.583	96209	3761912	39.084
32	96151	300	0.9969	0.0031	0.513	96005	3665703	38.124
33	95851	190	0.9980	0.0020	0.508	95758	3569698	37.242
34	95661	338	0.9965	0.0035	0.492	95489	3473941	36.315
35	95323	122	0.9987	0.0013	0.453	95256	3378451	35.442
36	95201	200	0.9979	0.0021	0.558	95113	3283195	34.487
37	95001	401	0.9958	0.0042	0.510	94805	3188082	33.558
38	94600	300	0.9968	0.0032	0.486	94446	3093278	32.698
39	94300	297	0.9969	0.0031	0.507	94154	2998832	31.801
40	94003	351	0.9963	0.0037	0.518	93834	2904679	30.900
41	93652	450	0.9952	0.0048	0.505	93429	2810845	30.014
42	93202	400	0.9957	0.0043	0.495	93000	2717416	29.156
43	92802	399	0.9957	0.0043	0.500	92603	2624416	28.280
44	92403	400	0.9957	0.0043	0.511	92207	2531813	27.400
45	92003	500	0.9946	0.0054	0.508	91757	2439606	26.517
46	91503	499	0.9945	0.0055	0.508	91258	2347849	25.659
47	91004	599	0.9934	0.0066	0.518	90715	2256591	24.797
48	90405	755	0.9916	0.0084	0.525	90046	2165876	23.957
49	89650	1047	0.9883	0.0117	0.510	89137	2075830	23.155
50	88603	1003	0.9887	0.0113	0.502	88104	1986693	22.422
51	87600	1100	0.9874	0.0126	0.504	87054	1898589	21.673
52	86500	1100	0.9873	0.0127	0.494	85944	1811535	20.943
53	85400	950	0.9889	0.0111	0.502	84927	1725592	20.206
54	84450	1148	0.9864	0.0136	0.512	83890	1640665	19.428
55	83302	1292	0.9845	0.0155	0.524	82687	1556774	18.688
56	82010	1900	0.9768	0.0232	0.502	81065	1474087	17.974
57	80110	1400	0.9825	0.0175	0.518	79435	1393023	17.389
58	78710	2500	0.9682	0.0318	0.495	77447	1313588	16.689
59	76210	1078	0.9859	0.0141	0.482	75652	1236141	16.220

60	75132	2032	0.9730	0.0270	0.521	74158	1160489	15.446
61	73100	2090	0.9714	0.0286	0.502	72059	1086331	14.861
62	71010	2120	0.9701	0.0299	0.482	69912	1014273	14.284
63	68890	1180	0.9829	0.0171	0.468	68262	944361	13.708
64	67710	1208	0.9822	0.0178	0.573	67194	876099	12.939
65	66502	3302	0.9503	0.0497	0.512	64892	808904	12.164
66	63200	2190	0.9653	0.0347	0.480	62062	744012	11.772
67	61010	2260	0.9630	0.0370	0.510	59903	681951	11.178
68	58750	2740	0.9534	0.0466	0.497	57371	622048	10.588
69	56010	2048	0.9634	0.0366	0.539	55066	564677	10.082
70	53962	4662	0.9136	0.0864	0.507	51665	509610	9.444
71	49300	2860	0.9420	0.0580	0.465	47769	457946	9.289
72	46440	2230	0.9520	0.0480	0.486	45293	410177	8.832
73	44210	2100	0.9525	0.0475	0.502	43163	364884	8.253
74	42110	2308	0.9452	0.0548	0.518	40998	321720	7.640
75	39802	3102	0.9221	0.0779	0.528	38337	280723	7.053
76	36700	4380	0.8807	0.1193	0.512	34562	242385	6.605
77	32320	4340	0.8657	0.1343	0.494	30124	207824	6.430
78	27980	3760	0.8656	0.1344	0.485	26045	177700	6.351
79	24220	3016	0.8755	0.1245	0.477	22643	151655	6.262
80	21204	2094	0.9012	0.0988	0.462	20078	129012	6.084
81	19110	1120	0.9414	0.0586	0.523	18575	108934	5.700
82	17990	2699	0.8500	0.1500	0.503	16648	90359	5.023
83	15291	1311	0.9143	0.0857	0.455	14576	73710	4.821
84	13980	1277	0.9087	0.0913	0.543	13397	59134	4.230
85	12703	2643	0.7919	0.2081	0.511	11412	45737	3.601
86	10060	2006	0.8006	0.1994	0.503	9064	34325	3.412
87	8054	2807	0.6515	0.3485	0.482	6601	25261	3.137
88	5247	807	0.8462	0.1538	0.409	4770	18661	3.556
89	4440	1038	0.7662	0.2338	0.487	3907	13891	3.129
90	3402	474	0.8607	0.1393	0.488	3159	9984	2.935
91	2928	903	0.6916	0.3084	0.524	2499	6825	2.331
92	2025	1004	0.5042	0.4958	0.471	1494	4326	2.136
93	1021	205	0.7992	0.2008	0.358	889	2832	2.774
94	816	306	0.6250	0.3750	0.486	659	1943	2.381
95	510	100	0.8039	0.1961	0.414	451	1284	2.518
96	410	99	0.7585	0.2415	0.502	361	833	2.031
97	311	104	0.6656	0.3344	0.515	261	472	1.518
98	207	136	0.3430	0.6570	0.482	137	212	1.022
99	71	46	0.3521	0.6479	0.386	43	75	1.055
100	25	10	0.6000	0.4000	0.342	18	32	1.287
101	15	8	0.4667	0.5333	0.484	11	14	0.917
102	7	7	0.0000	1.0000	0.452	3	3	0.411
103	0	0	0.0000	1.0000	0	0	0	0

$$T_x = L_x + L_{x+n} + L_{x+2n} + \dots = \sum_{k=x}^{103} L_{k+n}$$

e_{x+n} - показател за средната продължителност на предстоящия живот в години за тези, които са достигнали възраст $x + n$. Този показател се получава по формулата

$$e_{x+n} = \frac{T_x}{L_x}$$

Така средната оставаща продължителност на живот за лицата, навършили 20 години е 49,51 години.

a_x - индикатор на Чанг (Chiang). Той показва средната продължителност на живот на лицата от d_x в интервала между възрастите x и $x + n$. Той се пресмята по формулата

$$a_x = \frac{|L_x - n l_{x+n}|}{d_x}$$

Например лицата, навършили 20 години, които умират до навършване на 21 години, средно преживяват 0.5 години (виж таблица 1). Горната формула може да се запише и във вида

$$L_x = n l_{x+n} + a_x d_x$$

Важно е да се отбележи, че когато $l_x = 0$, то $a_{x+n} = L_{x+n} = T_x = e_{x+n} = 0$.

СИЛА НА СМЪРТНОСТТА

Нека да разгледаме продължителността на живота като случайна величина X . Тогава вероятността случайната величина да надхвърли дадена възраст x се пресмята по формулата

$$P(X \geq x) = \frac{l_x}{l_0}$$

откъдето за функцията на силата на смъртността се получава

$$\mu(x) = -\frac{1}{l_x} \frac{dl_x}{dx} = -\frac{l'_x}{l_x} \quad (1)$$

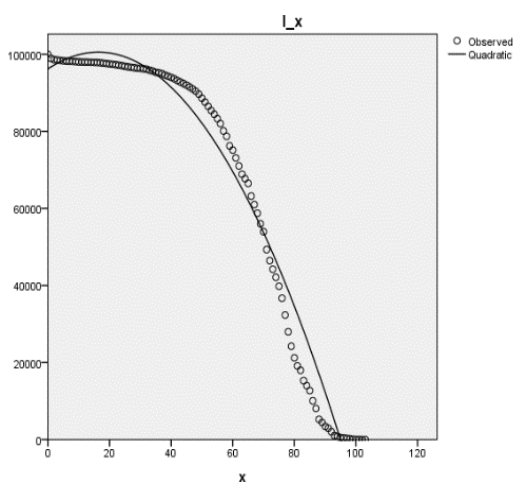
По данните за x и l_x (виж таблица 1) конструираме регресионен квадратичен модел от следния тип

$$\hat{l}_x = ax^2 + bx + c$$

Той се основава на силна и значима корелация между x и l_x с коефициент на корелация $r = 0.984$, при което за нивото на значимост е изпълнено $\text{Sig.} = 0.000$, т. е., коефициентът на корелация е статистически значим с вероятност близка до 100%. В конкретния случай регресионният модел има вида

$$\hat{l}_x = -16.277x^2 + 532.469x + 96192.885,$$

при което всички коефициенти на регресия $a = -16.277$, $b = 532.469$, $c = 96192.885$ са статистически значими с вероятност близка до 100% ($\text{Sig.} = 0.000$). Проверката за адекватност на модела по критерия на Фишер показва, че той е адекватен с вероятност близка до 100%. Графично представяне може да се види на фигура 1.



Фигура 1. Квадратичен регресионен модел

Тогава можем да намерим приближение за силата на смъртността като заместим получения адекватен модел \hat{l}_x в (1)

$$\hat{\mu}(x) = -\frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c} = \frac{32.554x - 532.469}{-16.277x^2 + 532.469x + 96192.89}$$

Силата на смъртността се променя спрямо възрастта (виж таблица 2). Ако човек е точно на 65 години, тогава

$$\hat{\mu}(65) = \frac{32.554 * 65 - 532.469}{-16.277 * 65^2 + 532.469 * 65 + 96192.89} \approx 0.0255.$$

Класическото обяснение на получената стойност се прави на база къща, в която живеят 1000 души на възраст между 65 и 66 години, при което ако някой от тях почине или навърши 66 години, той веднага се заменя от друг човек на възраст между 65 и 66 години. Така в къщата винаги има 1000 човека на възраст между 65 и 66 години. Силата на смъртността показва колко души вероятно ще починат в рамките на една година: $1000 \cdot 0.0255 = 25$.

Таблица 2. Сила на смъртността

x	$\hat{\mu}$	x	$\hat{\mu}$	x	$\hat{\mu}$	x	$\hat{\mu}$
18	0.0005	36	0.0068	54	0.0158	72	0.0361
19	0.0009	37	0.0072	55	0.0165	73	0.0382
20	0.0012	38	0.0076	56	0.0172	74	0.0404
21	0.0015	39	0.0080	57	0.0180	75	0.0428
22	0.0018	40	0.0084	58	0.0187	76	0.0455
23	0.0022	41	0.0088	59	0.01957	77	0.0485
24	0.0025	42	0.0093	60	0.0204	78	0.0519
25	0.0028	43	0.0097	61	0.0213	79	0.0556
26	0.0032	44	0.0102	62	0.0223	80	0.0598
27	0.0035	45	0.0107	63	0.0233	81	0.0647
28	0.0039	46	0.0112	64	0.0244	82	0.0703
29	0.0042	47	0.0117	65	0.0255	83	0.0768
30	0.0046	48	0.0122	66	0.0267	84	0.0845
31	0.0049	49	0.0128	67	0.0280	85	0.0937
32	0.0053	50	0.0133	68	0.0294	86	0.1050
33	0.0056	51	0.0139	69	0.0309	87	0.1191
34	0.0060	52	0.0145	70	0.0325	88	0.1372
35	0.0064	53	0.0152	71	0.0342	89	0.1614

Внимателният анализ на получените данни в таблица 2 показва, че с нарастване на възрастта, нараства и силата на смъртността, което е естествен резултат. Това е допълнително доказателство за адекватността на конструирания квадратичен модел.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В резултат на направените изследвания могат да се направят следните изводи:

1. Разгледана е симулирана таблица на смъртността за кохорта от 100 000 живородени момчета, за която са въведени и разяснени всички основни показатели.
2. Установена е значима силна корелация между възрастта x и броя на лицата в наблюдаваната кохорта l_x с течение на времето.
3. На база установената значима корелация е конструиран квадратичен регресионен модел и е доказана неговата адекватност.
4. Моделирана е силата на смъртността и е представена съответна интерпретация.

REFERENCES

- [1] Keyfitz, N., H. Caswell (1995), *Applied Mathematical Demography*, Springer.
- [2] Cox, D., D. Oakes (2004), *Analysis of Survival Data*, Chapman and Hall.
- [3] Lee, E., J. Wang (2003), *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- [4] Chiang, C. (1984), *Life Table and Its Applications*, Krieger Pub Co.
- [5] Mode, C. (1985), *Stochastic Processes In Demography and Their Computer Implementation*, Springer.
- [6] Slud, E. (2001), *Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics*, University of Maryland, USA.

[7] Pavlov, V., V. Mihova (2018), An Application of Survival Model in Insurance, Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, AIP Publishing, No 2025, pp. 030005-1-12.

[8] Thatcher, R., V. Kannisto and J. Vaupel (1998), *The Force of Mortality at Ages 80 to 120*, Odense University Press.

[9] Cholakov, N., (2003), *Mathematical Methods and Models in Life Insurance and Pension Insurance*, Trakia-M, Sofia [in Bulgarian].

GLOBAL STABILITY ANALYSIS OF A SIRS EPIDEMIC MODEL²

Mariela Plamenova Staneva – Student

Mathematical Modelling Master Programme

Department of Mathematics

University of Ruse

E-mail: marielaplamenova@abv.bg

Assoc. Prof. Julia Chaparova, PhD

Department of Mathematics

University of Ruse

E-mail: jchaparova@uni-ruse.bg

Abstract: *The paper reviews existing results for threshold dynamics in a SIR epidemic model under hypotheses of nonlinear incidence rate and transfer from infectives to susceptibles. The formula for the basic reproduction number \mathfrak{R}_0 which uniquely determines the outbreak of infection is derived for this model. The global stability of the disease-free and the endemic stationary solution is determined.*

Keywords: *SIR models, the basic reproduction number, Krasovskii-LaSalle invariance principle, Lyapunov method*

INTRODUCTION

Infectious diseases are a leading cause of death and have a major negative impact on public health. Mathematical modeling in epidemiology provides understanding of the underlying mechanisms that govern the spread of disease and of potential effective control measures. In fact, models often identify behaviors that are unclear in experimental data.

One of the simplest epidemic models is the Kermack – McKendrick SIR model from 1927 named after the split of the population into Susceptible (S), Infective (I), and Removed (R) classes according to their status relative to the disease. This compartmental model is characterized by the following assumptions: 1) The population remains at a fixed level during the time of consideration; 2) The recovered individuals from the disease develop permanent immunity, i.e. the passage of individuals from the susceptible class S to the infective class I and finally to the removed class R is irreversible; and 3) The incidence rate is bilinear, i.e. on average a member of the population makes contact sufficient to transmit infection to βN other members per unit time, where N represents the total population size, [1, 2].

However, it is well known that acquired immunity may disappear after some time in most communicable diseases such as cholera, pertussis, influenza, and malaria. After losing the acquired immunity, recovered individuals will become susceptible again. SIRS models which are a modification of SIR models incorporate this phenomenon. Moreover, for some bacterial agent diseases such as meningitis, plague, and venereal diseases, recovery cannot generate immunity for a long time. Models that reflect this have been built where infected individuals may recover after treatment and go back directly to the susceptible class rather than develop immunity, [4, 5 and references therein].

² Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика“ със заглавие на български език: АНАЛИЗ НА ГЛОБАЛНАТА УСТОЙЧИВОСТ В SIRS МОДЕЛ ОТ ЕПИДЕМИОЛОГИЯТА.

THE MODEL

In this paper, following [4] we consider the SIRS epidemic model with nonlinear incidence rate $Sf(I)$ and transfer from the infected class to the susceptible class.

$$(1) \begin{cases} \frac{dS}{dt} = D - mS - Sf(I) + g_1I + bR \\ \frac{dI}{dt} = Sf(I) - (m + g_1 + g_2 + a)I \\ \frac{dR}{dt} = g_2I - (m + b)R. \end{cases}$$

Here D is the recruitment rate of susceptible individuals (we assume that all recruitments are susceptible), m denotes the natural death rate, g_1 is the transfer rate from the infected class to the susceptible class, g_2 is the transfer rate from the infected class to the recovered class, a is the disease-induced death rate, b is the immunity loss rate.

We consider the IVP for (1) subject to initial conditions

$$(2) S(0) = S_0 \geq 0, I(0) = I_0 \geq 0, R(0) = R_0 \geq 0.$$

Let us assume $D > 0, m > 0, g_{1,2} \geq 0, a \geq 0, b \geq 0$ and f is a real locally Lipschitz function on $[0, \infty)$ satisfying

$$(i) f(0) = 0, f(I) > 0 \text{ for } I > 0,$$

$$(ii) f(I)/I \text{ is nonincreasing for } I > 0 \text{ and}$$

$$\lim_{I \rightarrow 0^+} \frac{f(I)}{I} = \beta > 0.$$

Lemma 1. From the assumption (ii) it follows $f(I) \leq \beta I$ for all $I \geq 0$.

Proof. Since $f(I)/I$ is monotonously nonincreasing, for $0 < I_1 < I_2 < \infty$ it follows

$$\frac{f(I_2)}{I_2} \leq \frac{f(I_1)}{I_1}.$$

From the continuity taking the limit $I_1 \rightarrow 0^+$ we have $f(I_2)/I_2 \leq \beta$ and the result follows for all $I_2 > 0$. For $I_2 = 0$ the inequality is trivial. \square

Lemma 2. Put $f(I) = 0$ for $I < 0$. Then IVP (1)-(2) has a unique solution which is defined for all $t \in \mathbb{R}$.

Proof. Since sum, difference and product of locally Lipschitz functions is again locally Lipschitz, Picard-Lindelöf's theorem yields (1)-(2) has a unique local solution. Moreover, there is an extension to a maximal interval $(-\infty, \infty)$ since the right-hand side of (1) is locally Lipschitz in \mathbb{R}^3 .

INVARIANT AND ATTRACTIVE SETS

Lemma 3. The set $\{(S, I, R) : I > 0\}$ is invariant for (1).

Proof. We put in (1) $I(t) \equiv 0$. Then the second equation is satisfied identically and (1) is reduced to

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = D - mS + bR \\ \frac{dR}{dt} = -(m + b)R \end{cases}$$

which is a linear ODE with respect to (S, R) . The IVP subject to initial conditions $S(0) = S_0 \geq 0$, $R(0) = R_0 \geq 0$ has the unique solution

$$\begin{cases} R(t) = R_0 e^{-(m+b)t} \\ S(t) = \left(S_0 + R_0 - \frac{D}{m}\right) e^{-mt} + \frac{D}{m} - R_0 e^{-(m+b)t}. \end{cases}$$

Moreover, in the phase plain $I = 0$ the unique stationary solution $(S = \frac{D}{m}, R = 0)$ is asymptotically stable node. Thus through every point in that plain passes a unique solution $(S(t), I(t) \equiv 0, R(t))$ which is also a solution of the original problem (1). By Lemma 2, every solution which starts in $\{(S, I, R): I > 0\}$ stays there for all $t \in \mathbb{R}$ because it can not escape through the plain $I = 0$. \square

Lemma 4. The set $\Omega = \{(S, I, R) \in \mathbb{R}_+^3: S + I + R \leq \frac{D}{m}\}$ is positively invariant for (1).

Proof. Summarizing the three equations of (1) we get

$$\frac{d}{dt}(S + I + R) = D - m(S + I + R) - aI \leq D - m(S + I + R).$$

Denote $S + I + R = N$. Then

$$\frac{dN}{dt} + mN \leq D.$$

We multiply the two sides of the above inequality with $e^{mt} > 0$ and integrate in the interval $[0, t]$ for $t > 0$. Thus we have

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{d}{d\tau}(N e^{m\tau}) d\tau &\leq D \int_0^t e^{m\tau} d\tau, \\ N e^{mt} - N_0 &\leq \frac{D}{m} e^{mt} - \frac{D}{m}, \\ N &\leq N_0 e^{-mt} + \frac{D}{m} - \frac{D}{m} e^{-mt}. \end{aligned}$$

Choosing $N_0 = S_0 + I_0 + R_0 \in \Omega$ yields $N_0 \leq \frac{D}{m}$ and from the last inequality it follows $N \leq \frac{D}{m}$ for all $t > 0$. Thus every solution that starts in Ω belongs to Ω for all $t > 0$. \square

Lemma 5. The set $\Omega = \{(S, I, R) \in \mathbb{R}_+^3: S + I + R \leq \frac{D}{m}\}$ is an attractive set for (1) and the domain of attraction is \mathbb{R}_+^3 .

Proof. Let $(S_0, I_0, R_0) \in \mathbb{R}_+^3$ and $S_0 + I_0 + R_0 = N_0 \leq \frac{D}{m} + C$ for some $C > 0$. As in proof of the last lemma we have

$$N \leq N_0 e^{-mt} + \frac{D}{m} - \frac{D}{m} e^{-mt} \leq \frac{D}{m} + C e^{-mt}, \forall t \geq 0.$$

Thus $S + I + R \leq \frac{D}{m}$ as $t \rightarrow +\infty$. \square

Conclusion For the global dynamics of the system (1) it is enough to consider the initial value problem with initial condition in Ω .

STATIONARY POINTS

For all values of the parameters $D > 0, m > 0, g_{1,2} \geq 0, a \geq 0, b \geq 0$ the system (1) has stationary solution $E_0 = (S = D/m, I = 0, R = 0)$. In epidemiology, E_0 is referred to "disease free" equilibrium.

For certain values of the parameters the system (1) has one more stationary solution $E^* = (S^*, I^*, R^*)$ such that $S^* > 0, I^* > 0, R^* > 0$. Such a stationary solution is called endemic (the disease continues to infinity).

Precisely, from the system of stationary points

$$\begin{cases} D - mS - Sf(I) + g_1I + bR = 0 \\ Sf(I) - (m + g_1 + g_2 + a)I = 0 \\ g_2I - (m + b)R = 0 \end{cases}$$

we use the last equation to express R^*

$$R^* = \frac{g_2 I^*}{m + b}.$$

Then from the second equation we find

$$S^* = \frac{(m + g_1 + g_2 + a)I^*}{f(I^*)}$$

and replacing it in the first equation we get

$$D - \frac{m(m + g_1 + g_2 + a)I^*}{f(I^*)} - \left(m + a + \frac{mg_2}{m + b}\right)I^* = 0.$$

The last equation has a unique positive zero I^* if and only if the function

$$H(I) = \frac{m(m + g_1 + g_2 + a)I}{f(I)} + \left(m + a + \frac{mg_2}{m + b}\right)I - D$$

has a negative limit as $I \rightarrow 0^+$. Indeed, from (ii) $H(I)$ is continuous and increasing in the interval $(0, +\infty)$,

$$H\left(\frac{D}{m}\right) = D \left(\frac{m + g_1 + g_2 + a}{f(D/m)} + \frac{a}{m} + \frac{g_2}{m + b}\right) > 0.$$

Therefore $H(I)$ has a unique root $I^* > 0$ if and only if

$$\lim_{I \rightarrow 0^+} H(I) = \frac{m(m + g_1 + g_2 + a)}{\beta} - D < 0$$

that is equivalent to

$$\mathfrak{R}_0 := \frac{D\beta}{m(m + g_1 + g_2 + a)} > 1.$$

In epidemiology, \mathfrak{R}_0 is called the basic reproduction number (the number of secondary infections caused by a single infective introduced into a wholly susceptible population, [1, 2]). If $\mathfrak{R}_0 > 1$ the epidemic increases, while if $\mathfrak{R}_0 < 1$ the infectious disease decreases.

Hence we have obtained the following result.

Theorem 1.

(1) If $\mathfrak{R}_0 \leq 1$ system (1) has only the stationary point E_0 .

(2) If $\mathfrak{R}_0 > 1$ system (1) has two stationary points E_0 and E^* .

The straightforward computations show E_0 and E^* belong to Ω .

GLOBAL STABILITY OF STATIONARY POINTS

First, we consider the local stability at E_0 and E^* . We denote by $F(S, I, R)$ the nonlinear function on the right side of the system (1). In case $f(I)$ is differentiable the Jacobian matrix DF is

$$DF = \begin{pmatrix} -m - f(I) & g_1 - Sf'(I) & b \\ f(I) & Sf'(I) - (m + g_1 + g_2 + a) & 0 \\ 0 & g_2 & -(m + b) \end{pmatrix}$$

and

$$DF(E_0) = \begin{pmatrix} -m & g_1 - \frac{D\beta}{m} & b \\ 0 & \frac{D\beta}{m} - (m + g_1 + g_2 + a) & 0 \\ 0 & g_2 & -(m + b) \end{pmatrix}$$

Obviously, the eigenvalues of $DF(E_0)$ are $\lambda_1 = -m < 0$, $\lambda_2 = \frac{D\beta}{m} - (m + g_1 + g_2 + a)$, $\lambda_3 = -(m + b) < 0$. The condition $\lambda_2 < 0$ is equivalent to $\mathfrak{R}_0 < 1$.

Conclusion If $\mathfrak{R}_0 < 1$ the unique stationary point $E_0 = (D/m, 0, 0)$ is a locally asymptotically stable node. While, if $\mathfrak{R}_0 > 1$ E_0 is unstable saddle ($\lambda_{1/3} < 0, \lambda_2 > 0$). If $\mathfrak{R}_0 = 1$ E_0 is a non-hyperbolic stationary point and conclusion about stability using the linearized system is not possible in that case. The linearization at E^* also gives us no result, the equation for the eigenvalues is a full cubic equation which is difficult to solve explicitly.

Instead, we use direct Lyapunov's method and Krasovskii—LaSalle invariance principle in order to examine global stability of E_0 and E^* in case f is locally Lipschitz, as before. For the sake of completeness we cite them here.

Definition (Lyapunov's function, [3]) Suppose x_0 is a stationary point of the autonomous system $\dot{x} = f(x)$ and $U(x_0)$ is an open neighborhood of x_0 . The function $L: U(x_0) \rightarrow \mathbb{R}$ is called a Lyapunov's function for $\dot{x} = f(x)$ and x_0 if L is a continuous function such that

(A1) $L(x_0) = 0, L(x) > 0$ for $x \neq x_0$, and

(A2) every solution $\varphi(t)$ satisfies $L(\varphi(t_0)) \geq L(\varphi(t_1))$ for $t_0 < t_1$ and $\varphi(t_0), \varphi(t_1) \in U(x_0)$.

If the last inequality is fulfilled strictly then L is a strict Lyapunov's function.

By definition L is a decreasing function along solutions $\varphi(t)$.

Theorem (Lyapunov Direct method, [3]) Suppose x_0 is a stationary point of $\dot{x} = f(x)$. If there is a strict Lyapunov's function L then x_0 is asymptotically stable.

Theorem (Krasovskii-LaSalle invariance principle, [3]). Suppose x_0 is a stationary point of f . If L is a Lyapunov function which is not constant on any trajectory lying entirely in $U(x_0) \setminus \{x_0\}$ then x_0 is asymptotically stable.

Often the Lyapunov function is not only continuous but also differentiable function. Then the inequality in the definition of Lyapunov function can be written as

$$\frac{d}{dt}L(\varphi_t(x)) \leq 0$$

which means that the derivative of L is nonpositive along the solutions $\varphi_t(x)$ of the system $\dot{x} = f(x)$.

Theorem 2. If $\mathfrak{R}_0 < 1$ then E_0 is globally asymptotically stable in Ω .

Proof. We claim that $V_0(S, I, R) \equiv I$ is a Lyapunov function for the system (1). Indeed, V_0 is a differentiable function such that $V_0(E_0) = 0$, $V_0 > 0$ in the interior of Ω and the derivative of V_0 along with the solutions of (1) is

$$\begin{aligned} \frac{dV_0}{dt} &= \frac{dI}{dt} = Sf(I) - (m + g_1 + g_2 + a)I \\ &\leq [Sb - (m + g_1 + g_2 + a)]I \end{aligned}$$

by Lemma 1. On the other hand, by Lemma 4 for every solution $(S(t), I(t), R(t))$ such that $S_0 + I_0 + R_0 \leq \frac{D}{m}$ we have $S(t) + I(t) + R(t) \leq \frac{D}{m}$ for all $t \geq 0$. Thus $S(t) \leq \frac{D}{m}$ and

$$\frac{dV_0}{dt} \leq I \left[\frac{bD}{m} - (m + g_1 + g_2 + a) \right] \leq 0 \text{ for all } t \geq 0.$$

Last inequality follows by $\mathfrak{R}_0 < 1$.

In order to apply Krasovskii-LaSalle invariance principle it is enough to show that V_0 is not identically equal to a constant on any orbit lying entirely in Ω . To this end, we show that the only orbit lying entirely in the set

$$\left\{ (S, I, R) \in \Omega : \frac{dV_0}{dt} = 0 \right\}$$

is the stationary point E_0 . Arguing the contrary, with $I > 0$ by Lemma 1 we have

$$\frac{D}{m} \geq S = \frac{(m + g_1 + g_2 + a)I}{f(I)} \geq \frac{1}{b}(m + g_1 + g_2 + a)$$

which contradicts $\mathfrak{R}_0 < 1$. \square

Further, we study the stability of the endemic stationary solution E^* . It is not difficult to show that system (1) is equivalent to

$$(3) \left\{ \begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= f(I) \left[(N - N^*) - (I - I^*) - (R - R^*) - (m + g_1 + g_2 + a) \left(\frac{I}{f(I)} - \frac{I^*}{f(I^*)} \right) \right] \\ \frac{dR}{dt} &= g_2(I - I^*) - (m + b)(R - R^*) \\ \frac{dN}{dt} &= -m(N - N^*) - a(I - I^*) \end{aligned} \right.$$

with respect to $(I, R, N = S + I + R)$. Thus we examine the endemic stationary solution $\bar{E}^* = (I^*, R^*, N^* = S^* + I^* + R^*)$ of (3).

Theorem 3. Suppose $\mathfrak{R}_0 > 1$. Then the endemic stationary solution \bar{E}^* of (3) is globally asymptotically stable in $\Omega_0 = \{(I, R, N) : I > 0\}$.

Proof. We claim that

$$V(I, R, N) = \int_{I^*}^I \frac{u - I^*}{f(u)} du + \frac{1}{2g_2}(R - R^*)^2 + \frac{1}{2a}(N - N^*)^2$$

is a strict Lyapunov function for (3). Indeed, $V(I^*, R^*, N^*) = 0$, $V(I, R, N) > 0$ for all $(I, R, N) \neq (I^*, R^*, N^*)$ belonging to Ω_0 and the derivative of V along the solutions of (3) is

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{I - I^*}{f(I)} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{g_2} (R - R^*) \frac{dR}{dt} + \frac{1}{a} (N - N^*) \frac{dN}{dt} \\ &= -(I - I^*)^2 - \frac{m + b}{g_2} (R - R^*)^2 - \frac{m}{a} (N - N^*)^2 - (m + g_1 + g_2 + a)(I - I^*) \left(\frac{I}{f(I)} - \frac{I^*}{f(I^*)} \right) < 0 \end{aligned}$$

for all $(I, R, N) \neq (I^*, R^*, N^*)$ belonging to Ω_0 . The last inequality follows by (ii). Hence, by Lyapunov's theorem we conclude that \bar{E}^* is globally asymptotically stable in Ω_0 . \square

Accordingly, we have

Corollary. Suppose $\mathfrak{R}_0 > 1$. Then the endemic stationary solution E^* of (1) is globally asymptotically stable in $\{(S, I, R): I > 0\}$.

CONCLUDING REMARKS

In this paper, following [4] we consider a modification of SIR epidemic model under hypotheses of nonlinear incidence rate $Sf(I)$, and temporary immunity after recovery and allowing transfer from the infective class directly to the susceptible class (no immunity). Using Lyapunov's direct method and Krasovskii-LaSalle invariance principle we establish global stability of disease-free and endemic solution which is uniquely determined by the basic reproduction number, \mathfrak{R}_0 . Therefore, in an epidemic, the main goal of the medical authorities should be to reduce the value of \mathfrak{R}_0 below 1 in order to ensure that the disease dies out. This can be achieved by quarantine and isolation and also by vaccination, which will reduce the parameter β concerning the incidence rate and thus the value of \mathfrak{R}_0 .

REFERENCES

- [1] F. Brauer, C. Castillo-Chavez, *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, (2nd ed.), Springer, 2012.
- [2] O. Diekmann, H. Heesterbeek, T. Britton, *Mathematical Tools For Understanding Infectious Disease Dynamics*, Princeton University Press, 2013.
- [3] G. Teschl, *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems*, 2010.
- [4] T. Li, F. Zhang, H. Liu, Y. Chen, Threshold dynamics of an SIRS model with nonlinear incidence rate and transfer from infectious to susceptible, *Applied Mathematics Letters*, 70, 2017, 52-57.
- [5] Y. Yang, L. Zou, T. Zhang, Y. Xu, Dynamical Analysis of a Diffusive SIRS Model with General Incidence Rate, *Discrete and Continuous Dynamical Systems, Ser. B*, Vol. 25 (7), 2020, 2433-2451.

FRI-ONLINE-SSS-FM-03

**APPLICATION OF THE PHILLIPS CURVE TO STUDY THE
RELATIONSHIP BETWEEN UNEMPLOYMENT AND WAGE GROWTH IN
BULGARIA³**

Lora Petkova

Financial Mathematics Student,
University of Ruse
E-mail: l.b.petkova@abv.bg

Principal Assistant Prof. Vesela Mihova, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics,
University of Ruse
E-mail: vmicheva@uni-ruse.bg

***Abstract:** Phillips's study of wage inflation and unemployment in the United Kingdom from 1861 to 1957 is a milestone in the development of macroeconomics. Phillips found a consistent inverse relationship: when unemployment was high, wages increased slowly; when unemployment was low, wages rose rapidly. In this work the relationship between unemployment and wage growth in Bulgaria is studied. For this purpose, a quarterly data from the period 2016-2020 from the National Statistical Institute (NSI) is used. The data is analysed using the Phillips curve, which represents the average relationship between unemployment and wage behaviour over the business cycle. A correlation analysis is made. A reciprocal model was built, which is analysed for adequacy, significance of the coefficients and normality of the residuals.*

***Keywords:** Phillips curve, Reciprocal Model, Inverse Model, Unemployment Analysis, Wage Growth*

REFERENCES

- [1] Velev, M., 2018. Phillips Curve for Bulgaria. Eastern Academic Journal, (4), 215-221.
- [2] Investor.bg, <<https://www.investor.bg/ikonomika-i-politika/332/a/zaetostta-v-bylgariia-prodyljava-da-se-sviva-kym-kraia-na-septemvri-316055/>>.
- [3] Economy.bg, <<https://www.economy.bg/economy/view/42686/Zaetite-bylgari-sa-32-miliona>>.
- [4] Gujarati, D., 2005. Basic Econometrics. Fourth edition, Mc – Graw – Hill, New York, <<http://www.pdfdrive.net/basic-econometrics-e10695524.html>>.
- [5] The Library of Economics and Liberty, <<https://www.econlib.org/library/Enc/PhillipsCurve.html>>.

³ This Report is presented on a Student Scientific Session on 28 May 2021 in “Financial Mathematics” section and nominated for publication in Compiled edition of Reports Awarded with “Best Paper“ Cristal Prize’21, as a hard copy (ISBN 978-954-712-826-2) and on-line on the Conference Website (<http://conf.uni-ruse.bg/bg/?cmd=dPage&pid=bestPapers>).

THE FIBONACCI NUMBERS⁴

Daniel Grancharov

Financial Mathematics Student

University of Ruse

E-mail: daniel66@abv.bg

Assoc. Prof. Iliana Raeva, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics

University of Ruse

E-mail: iraeva@uni-ruse.bg

Assoc. Prof. Tihomir Gyulov, PhD

Department of Mathematics

University of Ruse

E-mail: tgulov@uni-ruse.bg

Abstract: *In this document we'll take a look at the Fibonacci numbers, their properties, and how they're used in financial markets with the goal of analyzing and forecasting price movements and their time intervals. One method to achieve this is the Fibonacci retracement method. This technique is used to analyse and determine the support and resistance levels of retraced prices, or in other words, the times when it's thought these prices will stop and reverse back to their previous direction. On the other hand, we have the Fibonacci extensions, a tool traders use to estimate how far a price may travel after a retracement is finished, in anticipation of a new possible price reversal. Using these methods, traders can predict the right strategic moment to make a transaction, stop losses, or get in at a good price.*

Keywords: *Fibonacci numbers, Fibonacci ratios, Fibonacci retracements, Fibonacci extensions*

ВЪВЕДЕНИЕ

През далечната 1202 г. италианският математик и животновъд Леонардо Писано, по-късно известен като Леонардо Фибоначи, прави опит да пресметне колко зайци ще е отгледал до края на сезона. Вследствие на тези изчисления, той получава поредица от числа с особени връзки между тях, които по-късно стават известни като Числата или Редицата на Фибоначи [1].

Според теорията на автора, Числата на Фибоначи са елементи на една последователна редица от числа, като всяко следващо число се получава като сума на предходните две, както следва тук:

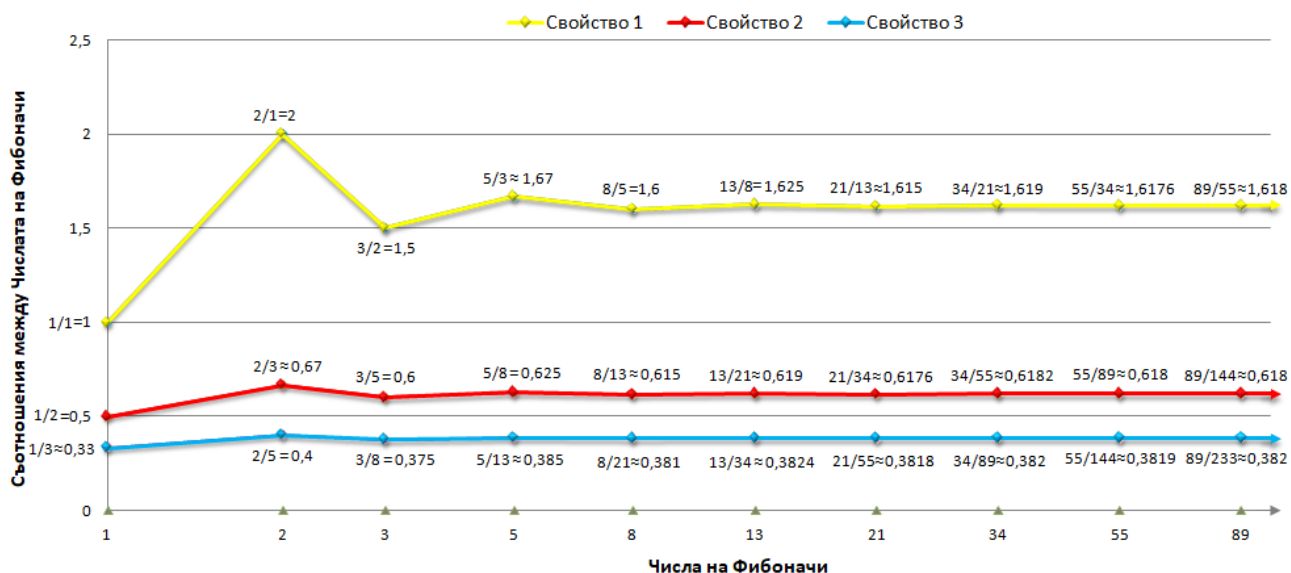
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765 и т.н.

Свойствата на тази редица предоставят уникален алгоритъм, чрез който могат да се предвидят различни действия и случки както от елементарното ежедневие на човека, така и в глобален мащаб.

Между Числата на Фибоначи съществуват някои интересни връзки [2]. Ето и най-важните от тях, по-подробно описани във фигура 1:

1. Ако започнете да разделяте всяко число на предходното му, с всеки получен резултат все повече ще се приближавате до числото 1,618.
2. Ако разделите число на това след него и после продължите да делите следващите по същата логика, то с всяко ново изчисление крайният отговор ще става все по-близък до 0,618.
3. И последно, ако започнете да разделяте числата на по-следващите им, то с всяко новополучено число те ще клонят все повече към 0,382.

⁴ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика“ с оригинално заглавие на български език: ЧИСЛАТА НА ФИБОНАЧИ.



Фигура 1. Диаграма демонстрираща тенденцията на съотношенията на Фибоначи да се приближават към специфични стойности

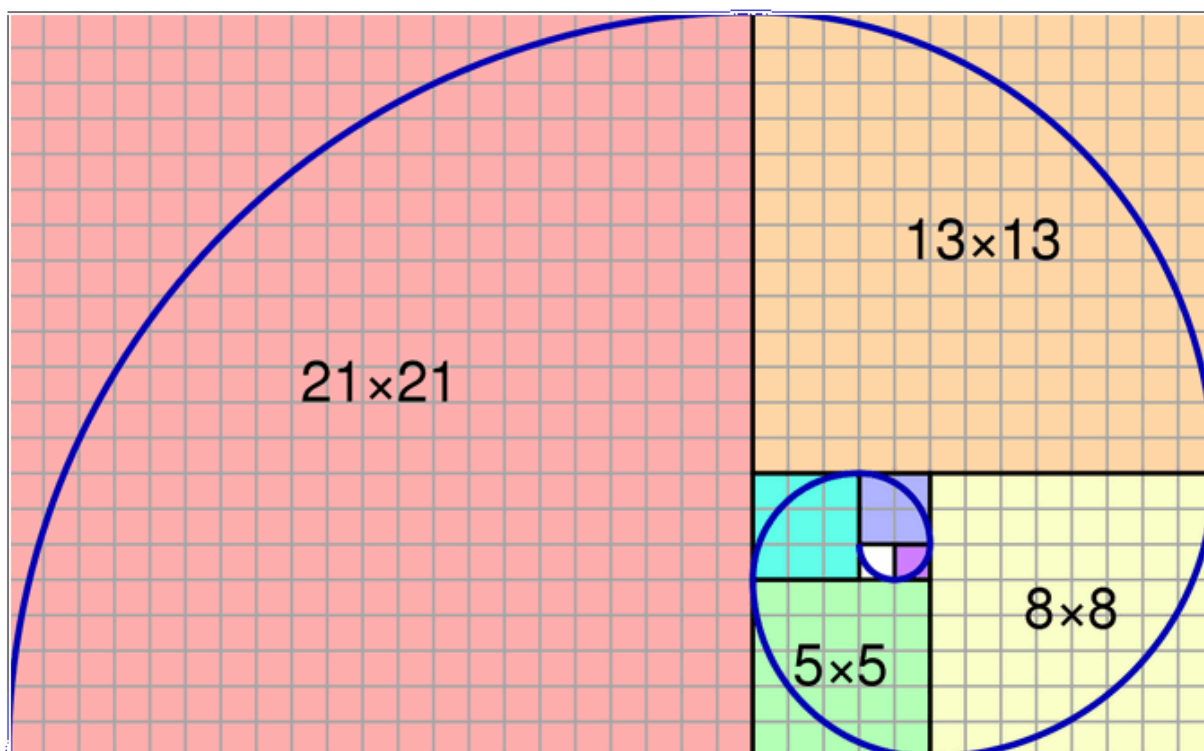
Числото 1,618 е известно като Златното сечение, Златната средна или ϕ . При изчисляване на обратнопропорционалното му се оказва, че то е със същата стойност като числото получено при второто свойство - 0,618. Можем да срещнем и двете числа в природата, биологията и Космоса. Всъщност, Уилям Хофнър от списание Smithsonian през декември 1975 г. е казал това, „Пропорцията от 0,618034 към 1 е математическата основа за формата на карти за игра, черупките на охлювите, и спиралните галактики. Гърците също базират голяма част от своето изкуство и архитектура на това съотношение, като гръцките вази и древногръцкия храм Партенон.“ [2]

Числата на Фибоначи имат роля и във финансовите пазари. Ралф Нелсън Елиът е един от първите хора открили тази роля и този, който най-много ги е използвал там. Той създава теория за анализ и прогноза на финансовите пазари, базирана на числата на Фибоначи, наречена **Вълнов принцип на Елиът**.

Напредък в тази теория прави Робърт Пректър. Той правилно прогнозира покачването на цените на акциите през 80-те, след което в очите на другите стана инвестиционен гуру.

Но нека се върнем към самите Числа на Фибоначи. Друг любопитен паралел между тях и златното съотношение ни позволява да начертаем така наречения „златен правоъгълник“, чиито страни са 2 поредни числа на Фибоначи със съотношението 1,618 към 1. Тогава разбиваме този правоъгълник на 2 по-малки правоъгълника както е показано на фигура 2. По-големият от тях двата е квадрат с дължина равна на ширината на "златния правоъгълник", а по-малкия правоъгълник е разбит по същата логика като "златния" - със страни равни на двете следващи поредни числа на Фибоначи, в обратна последователност на редицата. Тоест дължината на "златния правоъгълник" трябва да е равна на сбора от ширината на по-малкия правоъгълник и дължината на по-големия.

Ако свържем с плавна крива ъглите на всеки квадрат, получен в този ред на разбиване, оставаме с начертана логаритмична спирала. Тя е позната още като Златната спирала и се характеризира с това, че, започвайки от най-малкия квадрат, няма граници и не променя формата си [3].



Фигура 2. Спирали на Фибоначи

Много често проява на подобни спирали има при начина, по който се развиват растенията, както е показано във фигура 3. Пример за това са глухарчета, както и различни плодове и зеленчуци. Можете да погледнете и подредбата на семената в слънчогледовата пита и да забележите, че изглеждат като спирали, извиващи се наляво и надясно. Удивителното е, че ако преброите тези спирали, общият им брой ще бъде число на Фибоначи, а ако разделим спиралите на сочещи наляво и такива, сочещи надясно ще получим две поредни числа на Фибоначи. Ако също така разчетете строежа на спиралите при шишарки, ананас или карфиол, всички те демонстрират Редицата на Фибоначи [4].



Фигура 3. Спирали на Фибоначи в природата и Космоса

Следва по-подробно да разгледаме специалните числа, получени от съотношенията в гореспоменатите свойства. Те са разделени на нива на корекция на Фибоначи и нива на

разширение на Фибоначи. Фибоначи нивата са изключително популярен и широко използван от трейдърите инструмент за вземане на инвестиционни решения.

КОРЕКЦИИ НА ФИБОНАЧИ

Нивата на корекция на Фибоначи помагат за идентифицирането на нива на подкрепа и съпротива там, където може да се очаква обръщане на последното ценово движение [2].

Важно е да знаем, че тези нива на корекция се базират на последното пазарно движение.

- След голямо покачване на цената, търговците във финансовите пазари преминават от дъното до върха, за да преценят докъде има шанс да бъде коригирана цената преди да се поднови генерално възходящата тенденция.
- След голям спад на цената, трейдърите преминават от върха до дъното, за да преценят докъде има шанс да бъде коригирана цената преди да се поднови основния низходящ тренд.

По-рано изчислихме няколко връзки между различните числа на Фибоначи, за да идентифицираме едни от най-важните съотношения на Фибоначи, 0,618 (което формира нивото 61,8% на корекция на Фибоначи) и 0,382 (което формира нивото 38,2% на корекция на Фибоначи). Съществуват и други съотношения на Фибоначи използвани от трейдърите, като 23,6% и 78,6%.

Написаните до тук четири нива на корекция на Фибоначи са тези, с които хората най-често си служат. Нека разгледаме как се използват в два пазарни модела за нива на корекция на Фибоначи във фигура 4.



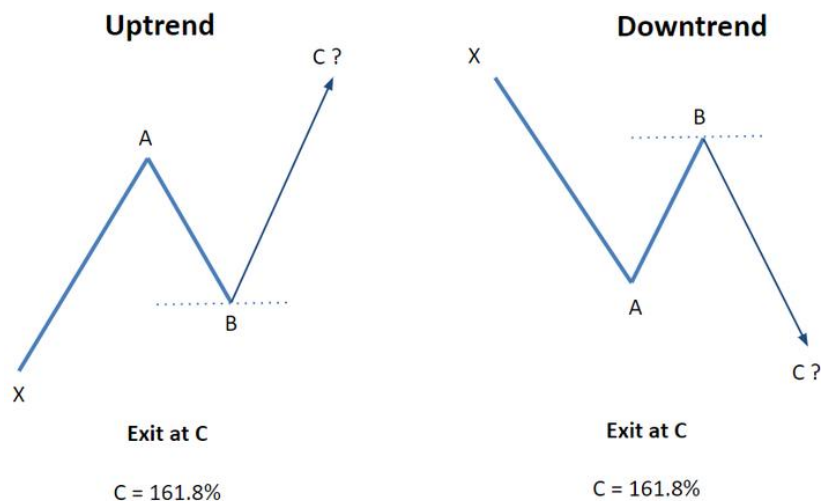
Фигура 4. Модели за нива на корекция на Фибоначи

- В левия модел на фигура 4 имаме модел за покупка. Той се използва, когато пазарът е във възходящ тренд. Трейдърите ще се опитат да намерят с колко би се понижила дадена цена, като си върне стойността от А към X, преди да намери подкрепа и да отскочи от точка В нагоре. Тези нива на подкрепа могат да са и нива на корекция на Фибоначи, и съответно да бъдат 23,6%, 38,2%, 61,8% или 78,6% от ценовото движение от А обратно към стойността на X.
- В десния модел на фигурата имаме модел за продажба. Той се използва, когато пазарът е в низходящ тренд. Трейдърите ще се опитат да намерят с колко би се повишила дадена цена, като си върне стойността от А към X, преди да намери съпротива и да се отблъсне от точка В надолу. Точката В отново може да бъде едно от вече изброените нива на корекция на Фибоначи.

РАЗШИРЕНИЯ НА ФИБОНАЧИ

Нивата на разширение на Фибоначи също помагат за осигуряване на ценови нива на подкрепа и съпротива, но се използват за изчисляване на това колко далеч може да стигне цената след приключване на корекцията. Ако нивата на корекция на Фибоначи се използват за влизане в посока на даден тренд, тогава нивата на разширение на Фибоначи се използват за изчисляване на края на тази тенденция.

Както беше споменато по-горе, 1,618 е ключово число в последователността на Фибоначи, поради което се нарича Златното сечение. Това е най-популярното ниво на разширение на Фибоначи - 161,8%. Нека разгледаме неговата полза във фигура 5.



Фигура 5. Модели за нива на разширение на Фибоначи

- В левия модел на фигура 5 имаме възходящ тренд, където един трейдър би се опитал да влезе след отскока от точка В. Вследствие на това, би измерил последната корекция от А до В, за да намери докъде може да стигне тенденцията преди да достигне точка С - нивото 161,8%.
- В десния модел на фигурата имаме низходящ тренд, където един трейдър би се опитал да влезе след отблъсването от точка В, и впоследствие също би измерил последната корекция от А до В и приложил Златното сечение върху съответната тенденция.

Тези, които търгуват срещу тенденцията също могат да използват нивото 161,8%, за да влязат в контратрендови сделки, но тази техника е по-подходяща за напреднали трейдъри.

ПРАКТИЧЕСКИ МОДЕЛ

В тази част на статията ще разгледаме изобразен в софтуера Octave модел на ценово движение на акция, симулиран чрез геометрично брауново движение. На тази основа ще определим нивата на корекция на Фибоначи, базирани на избран от нас предходен възходящ тренд.

Първото нещо, което трябва да направим, е да натиснем бутона "New Script" и да впишем формулата за геометрично брауново движение като функция:

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right) \quad (1)$$

```
function S=GBMgen(S0,t,mu,sigma)
sqrtau=sqrt(t(2:end)-t(1:end-1));
Wt=zeros(size(t));
NrmM=tril(ones(numel(t)-1))*diag(sqrtau)*normrnd(0,1,numel(t)-1,1);
Wt(2:end)=NrmM;
S=S0*exp((mu-sigma^2/2)*(t-t(1))+sigma*Wt);
```

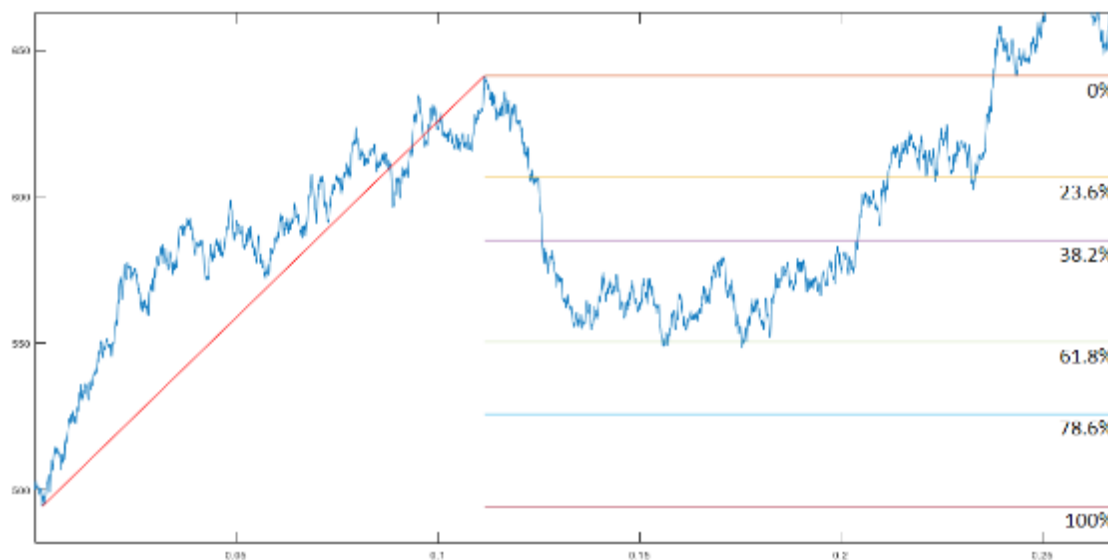
След това селектираме командния прозорец, въвеждаме стойности за елементите на функцията и я извикваме:


```
S0=500; t=0:0.0001:1; mu=0.5; sigma=0.3;
S=GBMgen(S0,t,mu,sigma);
```

Вече имаме генерирано ценово движение базирано на началната цена S_0 , времето t , дрифта μ и волатилността σ . Следва да напишем функция, чието изпълнение запитва потребителя да въведе два времеви момента, на базата на чиито тренд да изчертае нивата на корекция на Фибоначи.

```
function fbR=FibRetrace(t,S)
F=[0 0.236 0.382 0.618 0.786 1]';
plot(t,S)
hold on
t1=input('t1='); t2=input('t2=');
[m,n1]=max(t>=t1)
[m,n2]=max(t>=t2)
plot([t(n1) t(n2)],[S(n1) S(n2)],'r')
fbR=(S(n1)-S(n2))*F+S(n2);
plot([t(n2) t(end)],[fbR(1) fbR(1)],[t(n2) t(end)],[fbR(2) fbR(2)],...
[t(n2) t(end)],[fbR(3) fbR(3)],[t(n2) t(end)],[fbR(4) fbR(4)],...
[t(n2) t(end)],[fbR(5) fbR(5)],[t(n2) t(end)],[fbR(6) fbR(6)])
```

Извикваме функцията и задаваме времеви моменти $t_1 = 0.0018$ и $t_2 = 0.1116$. На фигура 6 виждаме как нивото 61.8% правилно прогнозира нивото на подкрепа на ценовото движение.



Фигура 6. Диаграма посочваща завръщането на оригиналната тенденция на цената

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В тази статия са представени следните доводи:

1. *Нивата на корекция на Фибоначи* се използват за намиране на нива на подкрепа и съпротива на променените пазарни цени с цел влизане в изгодна сделка в посоката на предходната тенденция.

2. *Нивата на разширение на Фибоначи* се използват за изчисляване на това докъде може да стигне тенденцията на дадена пазарна цена преди да се обърне, а също така могат да се ползват и като нива на изход от пазара.

REFERENCES

- [1] Keremedchiev, S. (2018), *Fibonacci: Code of the Universe*, news.bg [in Bulgarian].
- [2] Petrov, B. (2019), *Fibonacci Numbers: How to Use Them Successfully in Trade*, admiralmarkets.com [in Bulgarian].
- [3] *The Fibonacci Sequence: Symbol of Art and the Progress of Society. Fibonacci Numbers: Practical Application. History of the Applications of the Golden Ratio*, bolcheknig.ru [in Bulgarian].
- [4] Pavlov, P. (2012), *The Fibonacci Numbers in Nature*, saprotiva.org [in Bulgarian].

COST ANALYSIS OF THIRD PARTY MOTOR LIABILITY ON THE BULGARIAN INSURANCE MARKET⁵

Boryana Stoyanova

Financial Mathematics Student

University of Ruse

E-mail: boryanast98@abv.bg

Chief Assist. Elitsa Raeva, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics

University of Ruse

E-mail: eraeva@uni-ruse.bg

Abstract: Car insurance represents a large part of the insurance policies within the territory of the Bulgarian insurance market. The main aim of Third party motor liability insurance is to help and provide financial security and protection to the participants in a car accident.

The Third party motor liability insurance is mandatory for all vehicles registered on the territory of Re-public of Bulgaria. This article analyzes the prices of Third party motor liability which are different for the insurance companies operating on the local Bulgarian market. Also include an analysis of insurance premiums and indemnities. A set of comparisons between age range of car drivers, also comparing according geographical location of cities/ which in Bulgaria a divided in four regions/ and average price of this insurance for different local insurance companies.

Keywords: Average insurance costs in charts and timetable. Analysis of premiums and payments on the Bulgarian Insurance market.

ВЪВЕДЕНИЕ

Автомобилното застраховане представлява обезщетителен източник. Основната му цел е да осигури финансова защита срещу физически щети или телесни наранявания, произтичащи от инциденти в превозно средство. Застраховането изразява отношения, които възникват между застрахователните дружества и физическите или юридическите лица във връзка с разпределението на застрахователния фонд [2]. Застраховка Гражданска отговорност заема значителен дял от застрахователната практика. Поради тази причина, правилната оценка на премиите, обезщетенията и резервите за тази линия на застраховане е от изключително значение за развитието на застраховането у нас [3]. В настоящата статия е направен анализ върху застрахователна сума и застрахователната премия на застраховка „Гражданска отговорност“ на българския пазар. Целта на настоящата работа е да опише застраховка „Гражданска отговорност“ на различните застрахователни компании и да се направи съпоставка спрямо застрахователната премия и застрахователното обезщетение. Анализират се цените спрямо възрастовите групи на водачите на МПС-та, на различните застрахователни компании. Анализът ще протече в два етапа. Първият етап е според стойностите на различните компании според регионите и промяната им. Във втория етап е анализирано състоянието на компаниите според премийния приход и разхода на обезщетението. За България има разделение на два региона. Регион 1 включва по-големите градове, като: София, Пловдив, Бургас, Варна и Благоевград, а Регион 2 – всички останали. За двата региона са извадени данни спрямо премията и обезщетението, както са и усреднени цените, спрямо различните критерии [4]. Тази застраховка е задължителна, тъй като чрез нея се гарантират интересите на водачите на МПС-та. Обект на застраховка „Гражданска отговорност“ са всички моторни превозни средства, за които застрахованите носят отговорност. Покритието е за виновно причинените

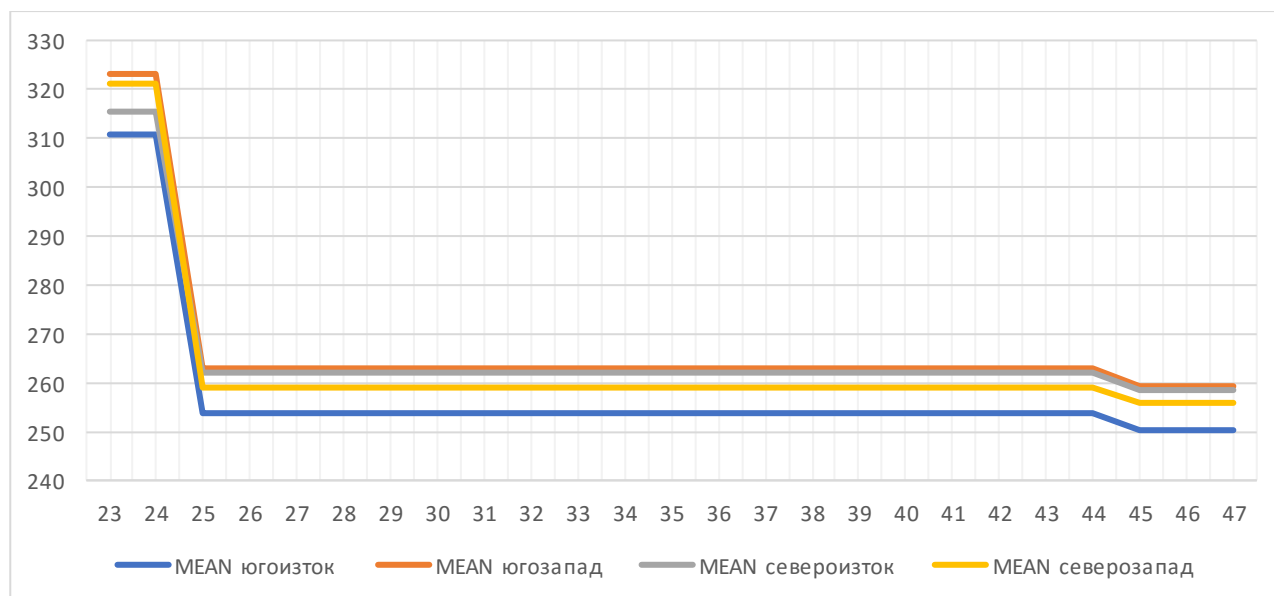
⁵ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика“ с оригинално заглавие на български език: АНАЛИЗ НА СТОЙНОСТТА НА ЗАСТРАХОВКА „ГРАЖДАНСКА ОТГОВОРНОСТ“ НА БЪЛГАРСКИЯ ЗАСТРАХОВАТЕЛЕН ПАЗАР.

щети на други лица. Договорът за застраховка “Гражданска отговорност” се сключва до края на предходната година за едногодишен срок или 15-дневен срок от възникване на застрахователния интерес и важи една годината от датата [5]. Размерът на застрахователните премии по задължителните застраховки се определя от застрахователя, [3]. Базовите годишни застрахователни премии, приложими според региона на местодомуване на МПС и размерът на разсрочените вноски са посочени в приложените Търговски тарифи. Регионът на местодомуване на МПС е за физически лица – адреса на собственика на МПС и за юридически лица – адреса на обичайния водач или адреса на юридическото лице по регистрационен талон. За Република България са два региона за местодомуване. Регион 1 включва София, Пловдив, Бургас, Варна и Благоевград, а Регион 2 – всички останали. Застрахователната премия се изплаща еднократно при сключване на застраховката и може да бъде с разсрочени вноски, до четири равни вноски. Всяка вноска се заплаща до датата, посочена като падеж за съответната вноска в застрахователната полица. Размерът на първата вноска не може да бъде по-малък от 25% от годишната застрахователна премия, [1]. При настъпило събитие, обезщетението по застраховката “Гражданска отговорност” се определя от застрахователна компания на виновното лице и се изплаща сумата в 14 дневен срок [6].

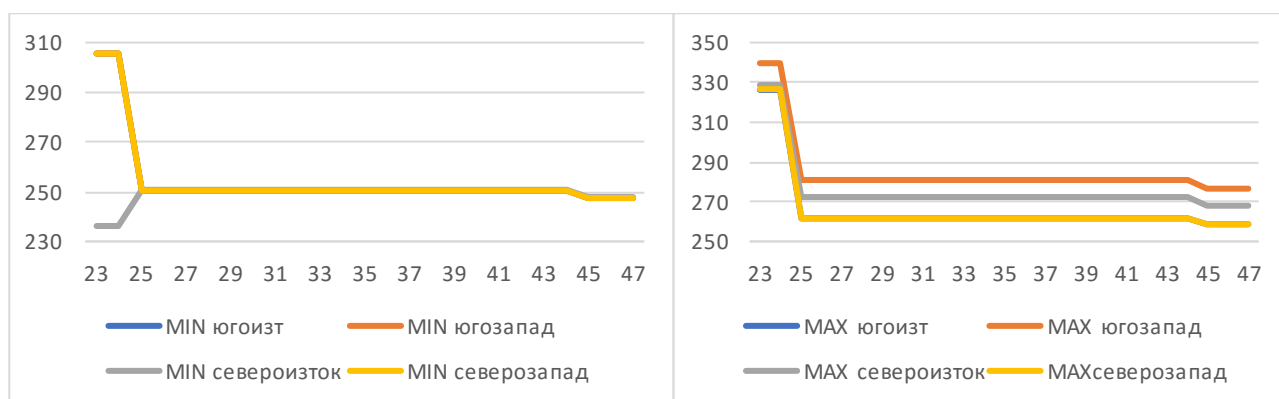
ЦЕНА НА ЗАСТРАХОВКА ГРАЖДАНСКА ОТГОВОРНОСТ

Обобщени резултати от данните от онлайн калкулатора на I&G brokers са представени на следващите графики. [7]

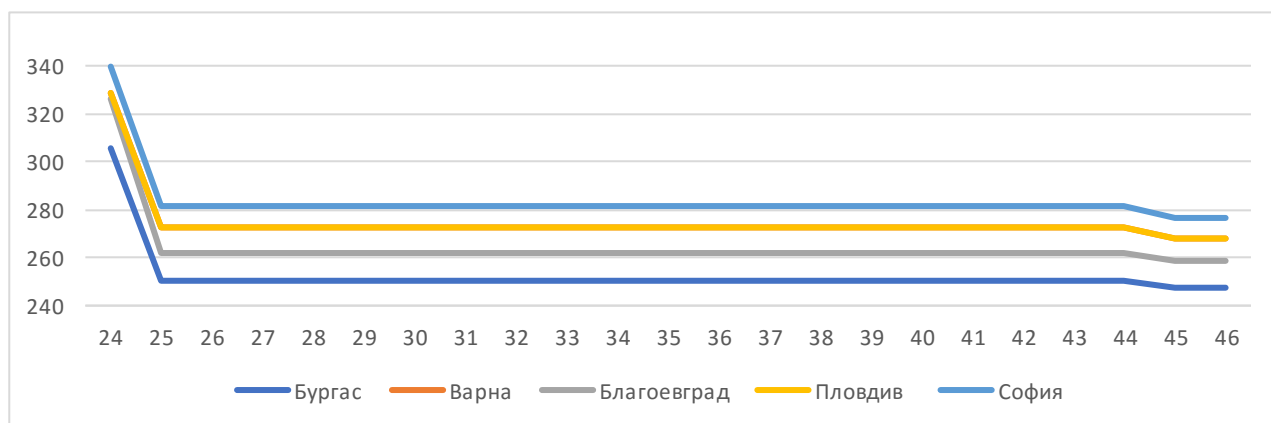
Данните са смъкнати по градове и са обединени по региони. Югоизточния регион включва градовете: Бургас, Сливен, Стара Загора, Хасково. Югозападния регион включва градовете: Благоевград Кърджали Кюстендил Пазарджик Пловдив Перник София и Смолян. Североизточния регион включва градовете: Варна Велико Търново Плевен Габрово Шумен Русе Разград Силистра Търговище и Добрич. Северозападния регион включва градовете: Видин Враца Монтана и Ловеч.



Фигура 2. Усреднени стойности на цените на застраховка „Гражданска отговорност“ по региони



Фигура 2. Минимални и максимални стойности на цените на застраховка гражданска отговорност по региони.



Фигура 3. Цени на застраховка „Гражданска отговорност“ в Регион 1

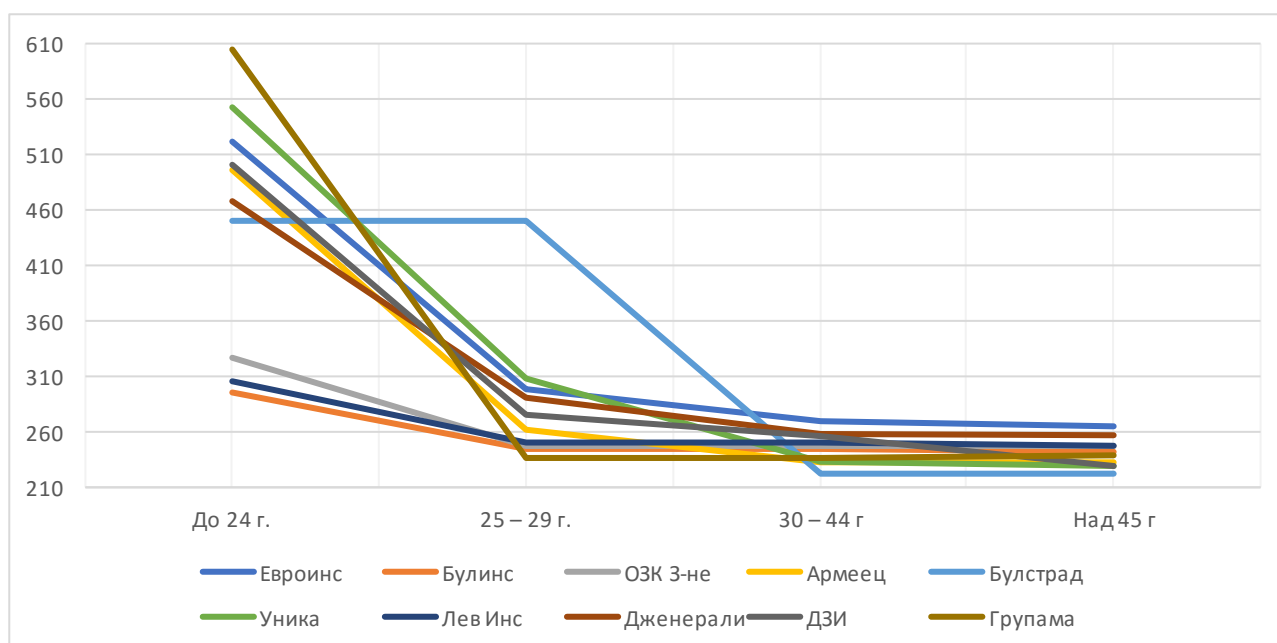
Усреднени са цените на застраховката, като са разпределение в четири региона, според географското им разположение, показани на фигура 1. На фигура 2 са показани минималните и максималните стойности на цените на застраховка „Гражданска отговорност“ в четирите региона. Най-ниски са цените в североизточния, а най-високи са в югозападния район. От фигура 3 се вижда, че цените на застраховката в Регион 1 включващ големите градове в република България имат еднакъв темп на намаляване на цената в различните възрастови групи.

БАЛАНС НА ВОДЕЩИ ЗАСТРАХОВАТЕЛНИ КОМПАНИИ В БЪЛГАРИЯ

Разгледани са следните компании, като е посочено съотношението между цена на застраховка „Гражданска отговорност“ в различните застрахователни компании спрямо възрастта на шофьора. Данните са взети от официалния сайт на Комисията за Финансов Надзор [6]. От таблица 1 и фигура 4 може да се анализира, че цените на застраховките в различните застрахователни компании са разпределени в четири възрастови групи – до 24 г., 25 г. – 29 г., 30 г. – 44 г. и над 45 г. Шофьорите до 24 г. заплащат най-висока цена за застраховка в различните застрахователни компании. В тази група се отличава три застрахователни компании („Лев Инс“, „Булинс“ и „ОЗК 3-не“), които предлагат най-ниски цени за младите шофьори. Застрахователна компания „Булстрад“ предлага една и съща цена до 29 г., след което с висок тем намалява цената до 44 г. Останалите застрахователни компании с равномерен темп намаляват цената през различните възрастови групи. При всички застрахователни компании се вижда че след 44 г. намаляват цената си.

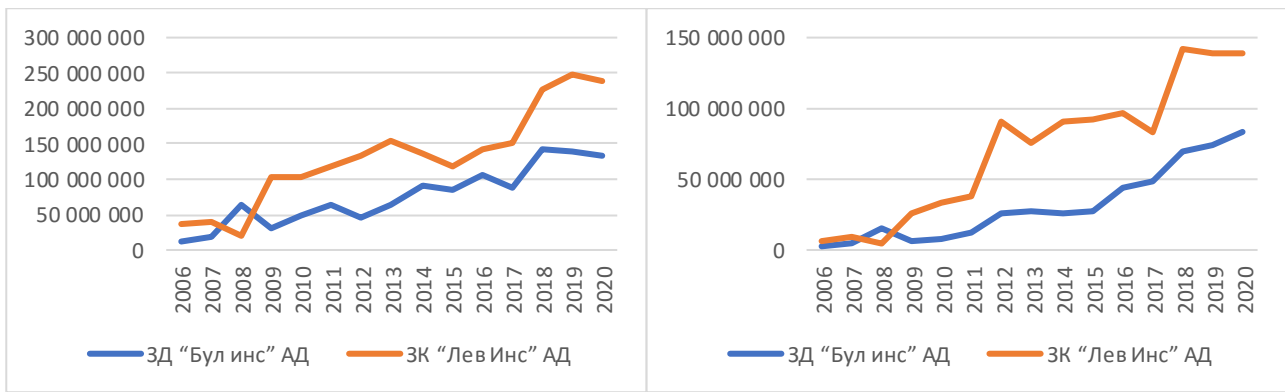
Таблица 1. Стойности на застраховките според възрастови групи и застрахователни компании

Застрахователни компании	До 24 г.	25 – 29 г.	30 – 44 г	Над 45 г
Евроинс	521.65	298.59	270.02	265
Булинс	295.5	245.1	245.1	242
ОЗК 3-не	326.82	247.26	247.26	247.26
Армеец	496.02	261.83	232.56	232.56
Булстрад	450.23	450.23	222.3	222.3
Уника	552.58	308.8	233.32	229.24
Лев Инс	305.61	250.79	250.79	247.47
Дженерали	467.96	290.89	258.2	256.97
ДЗИ	500.77	275.75	256.27	229.24
Групама	604.68	236.48	236.48	238.34



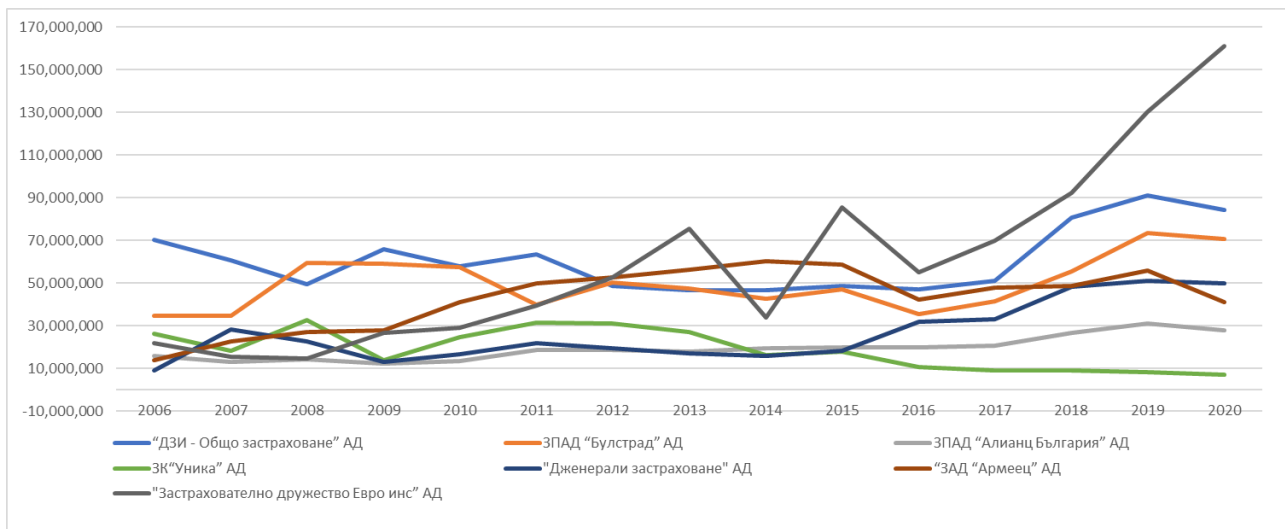
Фигура 4. Стойности на застраховките според възрастови групи и застрахователни компании

Премийният приход и разход по обезщетения на застрахователните компании „ДЗИ“ и „Бул инс“ са изразени на фигура 5. От фигурата се вижда, че премийния приход на застрахователна компания „ДЗИ“, в периода от 2013г.-2017г. има еднакъв темп, за разлика от плащанията по обезщетенията които всяка година варират е различна посока. При застрахователна компания „Бул инс“ се вижда че премийния приход се покачв като през 2018г. достига най-високата си точка, а при обезщетенията се вижда най-голям брой изплащания през 2020г. на Група 1.

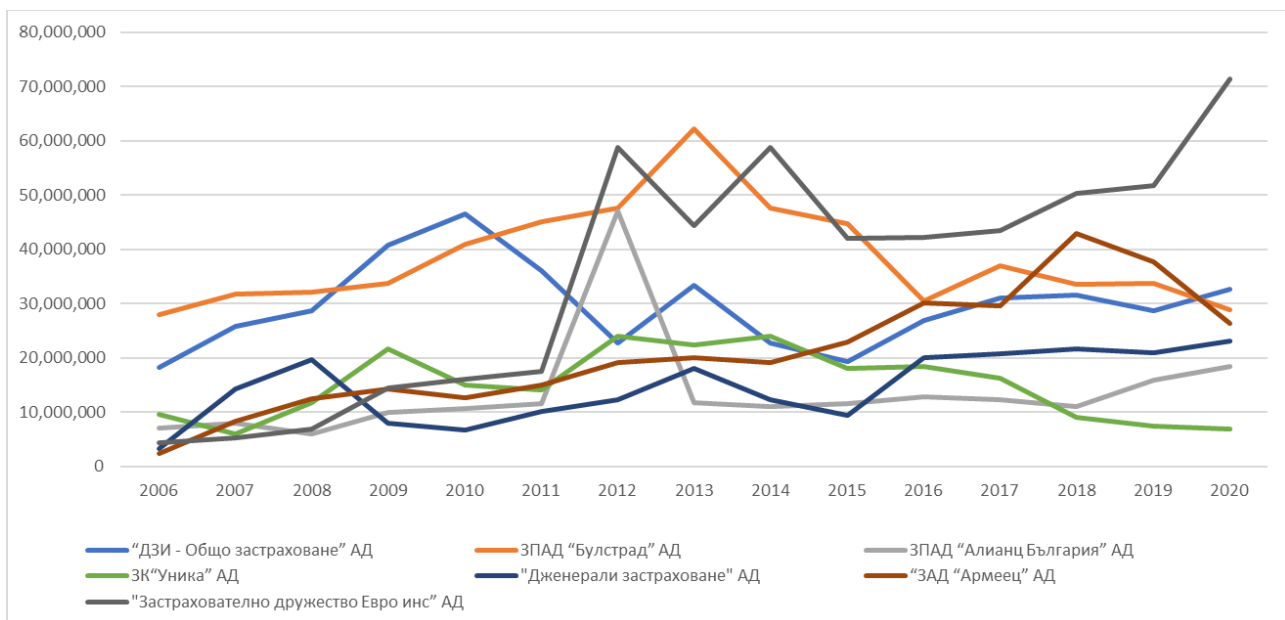


Фигура 5. Премиен приход и разход по обезщетения на Група 1

Застрахователна компания „Лев Инс“ се откроява от останалите компании и в премиения си приход и в изплащането на обезщетения, като при нея темпа на нарастване е доста голям, показано на фигура 7 и фигура 8.



Фигура 6. Премиен приход на Група 2



Фигура 7. Плащания по обезщетения на Група 2

Таблица 2. Чистата печалба като процент от премиения приход

Година	"ДЗИ - Общо застрахова не" АД	ЗПАД "Булстрад" АД	ЗПАД "Алианц България" АД	ЗД "Бул инс" АД	ЗК "Лев Инс" АД	ЗК "Уника" АД	"Дженерал и застрахова не" АД	"ЗАД "Армеец" АД	"Застрахова телно дружество Евро инс" АД
2006	74%	19%	56%	78%	81%	64%	64%	83%	81%
2007	58%	9%	39%	78%	77%	67%	50%	64%	66%
2008	42%	46%	59%	76%	77%	64%	14%	54%	54%
2009	38%	43%	19%	77%	75%	-55%	39%	49%	46%
2010	20%	29%	21%	84%	67%	39%	61%	69%	44%
2011	43%	-13%	38%	80%	67%	55%	55%	70%	56%
2012	53%	5%	-150%	45%	32%	23%	37%	64%	-12%
2013	29%	-31%	35%	59%	51%	17%	-6%	64%	41%
2014	51%	-12%	44%	71%	33%	-47%	22%	68%	-74%
2015	60%	5%	42%	69%	23%	0%	50%	61%	51%
2016	43%	14%	36%	58%	33%	-68%	37%	29%	24%
2017	40%	11%	41%	45%	44%	-78%	37%	38%	38%
2018	61%	40%	58%	52%	37%	2%	55%	12%	46%
2019	69%	54%	49%	47%	44%	10%	59%	33%	60%
2020	61%	59%	34%	37%	42%	3%	54%	36%	56%

На таблица 2 е представена чистата печалба като процент от премиения приход на застрахователните компании за периода 2006-2020. Стойностите на възвръщаемостта са в процентно отношение, пресметнати по следната формула:

$$R = \frac{P - Q}{P} * 100,$$

където с P е означен премиеният приход от ЗГО за съответната година, Q – изплатените суми по обезщетенията. Тези резултати не показват възхода на компаниите, тъй като процентното отношение спрямо прихода, не е показател за цялостното състояние на компанията. Ако през дадена година приходът не е бил голям, но обезщетенията значително по-малко, то това ще покаже голям процент на чиста печалба, но всъщност като абсолютна стойност може дори да се отбележи регрес спрямо предишни години. За по-конкретна представа относно е пресметнат средногодишният темп на ръста на всяка от компаниите по следната формула

$$G = (\sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n} - 1) * 100 - 1,$$

където $x_i = \frac{r_{i+1}}{r_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$, а $r_i = P_i - Q_i$ е разликата от премиения приход и изплатената сума по обезщетения за съответната година.

Таблица 3. Среден темп на ръста по приход, разходи и като чиста печалба

Среден темп на ръста (G)	"ДЗИ - Общо застраховане" АД	ЗПАД "Булстрад" АД	ЗПАД "Алианц България" АД	ЗД "Бул инс" АД	ЗК "Лев Инс" АД	ЗК "Уника" АД	"Дженерали застраховане" АД	"ЗАД "Армеец" АД	"ЗД Евро инс" АД
Приход P	1.3%	5.2%	4.1%	18.8%	14.6%	-8.9%	13.0%	8.1%	15.3%
Разход Q	4.2%	0.2%	7.2%	28.2%	24.1%	-2.3%	15.1%	18.7%	22.3%
P - Q	0.0%	14.0%	0.4%	12.6%	9.3%	-26.9%	11.6%	1.9%	12.3%

Резултатите за средния темп на ръста по приход, разход и като чиста печалба са представени в таблица 3. Въпреки привидно стабилните процентни приходи на компаниите Бул Инс, Лев Инс и ЗАД Армеец АД от таблица 2, се оказва, че най-висок прираст на чистата печалба от 14% генерира ЗПАД Булстрад АД. Това се дължи на стабилния, макар и не много висок прираст на приходите от 5.2% и в същото време най-ниското ниво на темп на ръста на разходите по обезщетения (0.2%).

От графиките за приход на компаниите се открояват със силно изразен тренд компаниите ЗК Лев Инс АД и ЗД Бул инс АД, както и за последните години ЗД Евро Инс АД. Относно разходите, значителен възход бележат отново компаниите ЗК Лев Инс АД и ЗД Бул инс АД.

Тези компании са и от водещите спрямо средния темп на ръста от таблица 2. За по-голяма прозрачност, с помощта на софтуера Excel, за всяка компания е потърсен модел, който да описва тренда или колебанията през годините. Обобщени резултати от анализа са представени в следващата таблица 3.

Таблица 4. Изчисляване на приходите на застрахователните компании

Име на компания	Регресионен модел на приходите	R ²
“ДЗИ” АД	$y = -7444.8x^5 + 293449x^4 - 4 * 10^6x^3 + 3 * 10^7x^2 - 6 * 10^7x + 10^8$	0.89
“Булстрад” АД	$y = 128620x^3 - 3 * 10^6x^2 + 2 * 10^7x + 2 * 10^7$	0.7
“Алианц Б-я” АД	$y = 88111x^2 - 303983x + 10^7$	0.87
ЗД “Бул инс” АД	$y = 9 * 10^6x + 6 * 10^6$	0.87
“Лев Инс” АД	$y = 10^7x + 2 * 10^7$	0.86
ЗК “Уника” АД	$y = -178138x^2 + 10^6x + 2 * 10^7$	0.62
„Дженерализ-не“ АД	$y = 359819x^2 - 3 * 10^6x + 2 * 10^7$	0.80
“Армеец” АД	$y = -516054x^2 + 10^7x + 2 * 10^6$	0.86
„Евро инс“ АД	$y = 708160x^2 - 3 * 10^6x + 2 * 10^7$	0.86

Таблица 5. Изчисляване на разходите на застрахователните компании

Име на компанията	Регресионен модел на разходите	R ²
„ДЗИ“ АД	$y = 844x^6 - 42822x^5 + 828796x^4 - 8 * 10^7x^3 + 3 * 10^7x^2 - 5 * 10^7x + 4 * 10^7$	0.75
„Булстрад“ АД	$y = 14903x^4 - 465847x^3 + 4 * 10^6x^2 - 10^7x + 4 * 10^7$	0.75
„Алианц Б-я“ АД	$y = -2539.4x^5 + 114897x^4 - 2 * 10^6x^3 + 10^7x^2 - 3 * 10^7x + 3 * 10^7$	0.31
„Бул Инс“ АД	$y = 6 * 10^6x - 10^7$	0.88
„Лев Инс“ АД	$y = 10^7x - 10^7$	0.92
„Уника“ АД	$y = -315174x^2 + 5 * 10^6x + 10^6$	0.73
„Дженерализ-не“ АД	$y = -561.72x^6 + 28866x^5 - 582311x^4 + 6 * 10^6x^3 - 3 * 10^7x^2 + 7 * 10^7x - 4 * 10^7$	0.74
„Армеец“ АД	$y = 2 * 10^6x + 3 * 10^6$	0.83
„Евро Инс“ АД	$y = 4 * 10^6x + 632821$	0.75

Лошият коефициент на детерминация на модела при ЗПАД “Алианц България” АД се дължи на голям скок на изплатените обезщетения през 2012 година. Събитието, породило тази неочаквана загуба за компанията е причина и за лошите резултати от средния прираст. Този конкретен случай е демонстрация за два основни принципа в застрахователната практика:

- Едно събитие, което причинява голяма по стойност щета може да повлияе значимо върху цялостната оценка на риска.
- В застрахователната практика при оценка на резервите е важно да се предвиждат и да се включват в разчетите рядко случващи се събития.

Значително повече колебания се забелязват при разходите на "Дженерализ застраховане" АД, за разлика от приходите от премии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В резултат на направените изследвания могат да се направят следните изводи:

1. Автомобилното застраховане заема водещо място по премиен приход сред браншовете от Общо застраховане
2. По задължителната застраховка “Гражданска отговорност” се наблюдава незначително увеличение, което до голяма степен се дължи на изострената конкуренция.
3. Ако разгледаме двете групи компании, според стратегиите за цени на „млади“ и „стари“ шофьори, може да се забележи следната закономерност:
 - Група 1 (Лев инс и Бул инс) – стабилни относно чистата годишна печалба, сравнително висока стойност на средния темп на ръста и със стабилен линеен

тренд.

- Група 2 – Непостоянство в чистата годишна печалба, не много висок темп на ръста и големи колебания по отношение на изплащане на обезщетенията.
- Бихме могли да отделим като трета стратегия компанията ЗПАД “Булстрад” АД, която се характеризира с големи колебания при разходи по обезщетения, както и премии от клиенти, но в същото време по отношение на темп на ръста по чиста годишна печалба е водеща от разглежданите компании.

4. Основавайки се на твърдението, че младите шофьори са по-рискови, получените резултати не потвърждават това твърдение от гледна точка на застрахователния бизнес. Компаниите от Група 1, които се предполага, че имат повече застраховки от млади шофьори се оказват водещи на пазара по отношение на застраховка Гражданска отговорност, тъй като крайният баланс между премиен приход и обезщетения е значително по-стабилен от този на останалите конкуренти.

REFERENCES

[1] Outreville F. J., (1998), *Insurance Concepts*, DOI: 10.1007/978-1-4615-6187-3_8, book: Theory and Practice of Insurance

[2] Prodanov S., (2017), *Обезщетенията за неимуществени вреди от пътни инциденти – етични и финансови измерения*, Народностопански архив 4/2017

[3] Raeva E., V. Pavlov, (2017), *Planning Outstanding Reserves in General Insurance*, AIP Conference Proceedings 1895 (1), 050009.

[4] Raeva E., V. Pavlov, (2015), *Modelling Issues of the Claim Process and Insurance Risk*, Pliska Stud. Math. 25 (2015), 101–108

[5] Директива 2009/103/ЕО - Застраховка „Гражданска отговорност“ за моторни превозни средства.

[6] Официален сайт на Комисия за финансов надзор, Начало | Комисия за финансов надзор (fsc.bg).

[7] <https://iandgbrokers.com/calculator/grazhdanska-otgovornost>

ON THE MARKOWITZ PORTFOLIO THEORY⁶

Ayshe Ahmed

Financial Mathematics Student

University of Ruse

E-mail: aysezay@abv.bg

Prof. Velizar Pavlov, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics

University of Ruse

E-mail: vpavlov@uni-ruse.bg

***Abstract:** Noted economist, Harry Markowitz (“Markowitz”) received a Nobel Prize for his pioneering theoretical contributions to financial economics and corporate finance. His innovative work established the underpinnings for Modern Portfolio Theory — an investment framework for the selection and construction of investment portfolios based on the maximization of expected portfolio returns and simultaneous minimization of investment risk. This paper presents a simplified perspective of Markowitz’ contributions to Modern Portfolio Theory, foregoing in-depth presentation of the complex mathematical/statistical models typically associated with discussions of this theory, and suggesting efficient computer-based ‘short-cuts’ to these performing these intricate calculations.*

***Keywords:** Markowitz Portfolio Theory, Modern Portfolio Theory, Effective Border, Diversification, Opportunity Set*

ВЪВЕДЕНИЕ

Повечето инвеститори избягват изолираното притежаване на активи, предпочитайки да управляват портфейл от активи. Този подход дава възможност да се елиминира рискът при управление на активите чрез увеличаване на техния брой в портфейла – т. нар. **диверсификация на портфейла**. Важен принцип в тази дейност е разнообразяването на активите. Първите идеи за елементарна диверсификация на инвестиционен портфейл се основават на следните принципи:

- максимализирането на броя на активите, включени в портфейла;
- равните тегла на активите;
- случаен избор на активите.

При конструиране на портфейла инвеститорите са се концентрирали върху оценка на риска и възвръщаемостта на единичните ценни книжа. Техните решения са се основавали на идентифициране на ценните книжа с най-висока възвръщаемост и съответно най-малък риск, след което те са били включвани в инвестиционния портфейл.

Важна роля за развитие на инвестиционните стратегии изиграва Портфейлната теория за селекция на Хари Марковиц, публикувана през 1952 г. (виж [1]). Основната идея, предложена от Марковиц, е инвеститорите да се съсредоточат върху избора на **оптимален портфейл**, вместо – на **оптимални активи**. При това конструирането на портфейл се извършва след оценка на общия риск. Диверсификацията на риска на притежаваните финансови активи се извършва чрез изключване на концентрацията на инвестицията само в един единствен рисков актив.

При това се определят два вида риск - диверсифицируем и недиверсифицируем риск. **Диверсифицируемият риск** се нарича още несистематичен риск - той е такава част от общия риск на портфейла, който може да бъде намален чрез комбиниране с други рискови активи. **Недиверсифицируемият риск** определящ се още като систематичен (пазарен) риск е такава част от общия риск на портфейла, който не може да бъде намален чрез диверсификация.

⁶ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика” с оригинално заглавие на български език: ВЪРХУ ТЕОРИЯТА НА МАРКОВИЦ ЗА ПОРТФЕЙЛИ.

В основата на теорията на Хари Марковиц лежи **принципа на ефективната диверсификация**, според която инвеститорът не просто диверсифицира, но и разпределя богатството си между определени инвестиционни носители. Той приема, че измерител на риска на един портфейл е не средно претегленото стандартно отклонение, а ковариацията между възвръщаемостта на активите.

Моделът на Марковиц се основава на следните предположения:

- нормално вероятностно разпределение на очакваните възвръщаемости на отделните активи;
- оценката на риска е пропорционална на отклонението на възвръщаемостта от желаната очаквана възвръщаемост;
- при взимане на решения се използват само два параметъра: математическото очакване и стандартното отклонение на възвръщаемостта на портфейла ;
- за дадена очаквана възвръщаемост се предпочита минимум риск или за даден риск се предпочита максимум очаквана възвръщаемост;
- не съществуват безрискови активи;
- не се извършват къси продажби, т.е. не се вземат активи (ценни книжа) в заем, които да се продават без да са собственост на продавача;
- инвеститорите не могат да вземат заеми и с тях да купуват активи;
- няма данъци и транзакционни разходи;
- инфлацията се взема предвид при определяне на очакваната възвръщаемост.

СЪВРЕМЕННА ПОРТФЕЙЛНА ТЕОРИЯ

Съвременната портфейлна теория (Modern Portfolio Theory) се развива бурно след публикуването на [1]. Важен принос за нейното развитие имат Хари Марковиц, Мортън Милър и Уилям Шарп, като през 1990 г. те са удостоени с Нобелова награда в областта на Икономиката.

Основно предположение в съвременната портфейлна теория е, че възвръщаемостите на активите за един период от време са случайни величини и следователно за тях могат да се пресметнат математическото очакване и стандартното отклонение, като стандартното отклонение се приема за мярка за инвестиционния риск [2, 3]. Очакваната възвръщаемост на портфейла $E(r_p)$ е линейна комбинация на очакваните възвръщаемости на включените в него активи, като коефициенти са относителните дялове на активите в портфейла

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i)$$

Инвестиционният риск се оценява чрез стандартното отклонение (дисперсията) σ_p , което зависи нелинейно от стандартните отклонения и ковариациите на възвръщаемостите на индивидуалните активи

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j)}$$

където:

$E(r_i)$ - е очаквана възвръщаемост на i -тия актив;

σ_i - стандартно отклонение на i -тия актив;

σ_j^2 - дисперсия на възвръщаемостта на j -тия актив;

N - броят на акциите в портфейла;

w_i - тегло на i -тия актив, като $\sum_j^N w_i = 1$ и $w_j \geq 0$,

$cov(r_i, r_j)$ - ковариация между очакваните възвръщаемости на i -тия и j -тия активи,

$$cov(r_i, r_j) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij},$$

ρ_{ij} - коефициент на корелация между възвръщаемостите на i -тия и j -тия активи.

Във формулата за дисперсията на портфейла се открояват два компонента – първият се формира от сумата на индивидуалните рискови характеристики на отделните активи, а вторият се образува от сумирането на рисковете, възникващи при комбинирането на активите в портфейла. Тъй като с увеличението на броя на активите в портфейла, съответния брой на ковариациите става значително по-голям от броя на активите, то следователно рискът на портфейла ще зависи в по-голяма степен от ковариацията между активите, отколкото от риска на отделните активи. Този факт стои в основата на идеята за диверсификация.

От формулата за ковариация се вижда, че ако действителната възвръщаемост на i -тия актив е по-голяма от очакваната възвръщаемост ($r_i > E(r_i)$), а на j -тия актив е по-малка ($r_j < E(r_j)$), то ковариацията ще е отрицателна и общият риск на портфейла ще намалява. Ковариацията се нарича още интерактивен (взаимообусловен) риск. От тук следва, че при комбинирането на активи в портфейл е добре да се вземат предвид не само индивидуалните им рискове (стандартните им отклонения), а и интерактивният им риск (ковариацията). В случай, че се изгражда портфейл от активи с отрицателна ковариация, рискът на портфейла може да е по-нисък от този на отделните активи. Следователно той може да се намали, дори ако в него се включи високорисков актив. Рискът ще намалява толкова повече, колкото корелацията (виж [4]) между този високорисков актив и останалата част от портфейла е по-малка в алгебричен смисъл (в идеалния случай = -1).

В това се състои принципът на ефективната диверсификация – да се търсят активи с ниска корелация. Диверсификацията не се влияе от броя на активите, а от избора на подходящите активи. Под избор на подходящ актив се разбира избор на тегло за всеки актив в портфейла. Моделът на Марковиц дава правила за избор на тези тегла. При дадена възвръщаемост на портфейла ефективната диверсификация води до намаляване на неговия риск.

Портфейлът А доминира (>) портфейла В, ако при една и съща очаквана възвръщаемост, първият има по-малък риск от втория, означава се $A > B$. Същият принцип може да се дефинира и по друг начин. Портфейлът А доминира (>) портфейла В, ако при едно и също равнище на риск, първият има по-голяма възвръщаемост от втория, т.е. $E(r_A) > E(r_B)$.

Един портфейл се нарича **ефективен**, ако той доминира над всички възможни портфейли за дадено равнище на един от тези показатели.

ЕФЕКТИВНА ГРАНИЦА

В множеството от всички възможни портфейли някои са оптимални за инвеститора по отношение на двойката възвръщаемост-риск. Те образуват ефективната граница от портфейли (виж [5]).

Инвеститорите не са склонни към риск, т.е. те предпочитат възможно най-малък риск при дадено ниво на очаквана възвръщаемост и от два портфейла с еднакви възвръщаемости те изберат този, който има по-малък риск. Сечението на множеството от портфейли с максимална възвръщаемост и множеството от портфейли с минимален риск са нарича **ефективна граница**.

За простота, нека разгледаме два портфейла. Първи вид А - с минимален риск, но и с ниска възвръщаемост, втори вид С - са с максимална очаквана възвръщаемост, но не голям риск (виж фигура 1). Областта, която е затъмнена показва всички комбинации на риск и

възвръщаемост. Границата на ефективността показва, че всички възможни ефективни портфейли, лежащи върху точката на границата на ефективността са с предимство пред портфейлите, лежащи на точките вдясно. Изборът на портфейл зависи от предпочитанията на инвеститорите за риск и възвръщаемост. Поради това оптималният портфейл е различен за различните инвеститори.



Фигура 1. Ефективна граница

Инвеститор, който не е склонен към поемане на риск, ще избере портфейл, разположен по-наляво и по-надолу по ефективната граница.

Инвеститора, готов да поеме повече риск в замяна на по-голяма очаквана възвръщаемост ще избере портфейли по-нагоре и надясно по ефективната граница. Въпреки, че моделът на Марковиц не посочва точно кой е оптималният портфейл, той позволява определянето на съвкупност от портфейли, между които трябва да се избира. Ето защо моделът на Марковиц е добро средство за анализ на портфейлния риск.

МНОЖЕСТВО ОТ ВЪЗМОЖНИ ПОРТФЕЙЛИ

Всички възможни комбинации между активи и портфейли лежат в определена фигура. **Множеството от възможни портфейли (Opportunity Set)** е наборът от възможните комбинации риск - доходност, които могат да се формират от наличните активи. Това множество съдържа редица портфейли, в които инвестирането е нерационално.

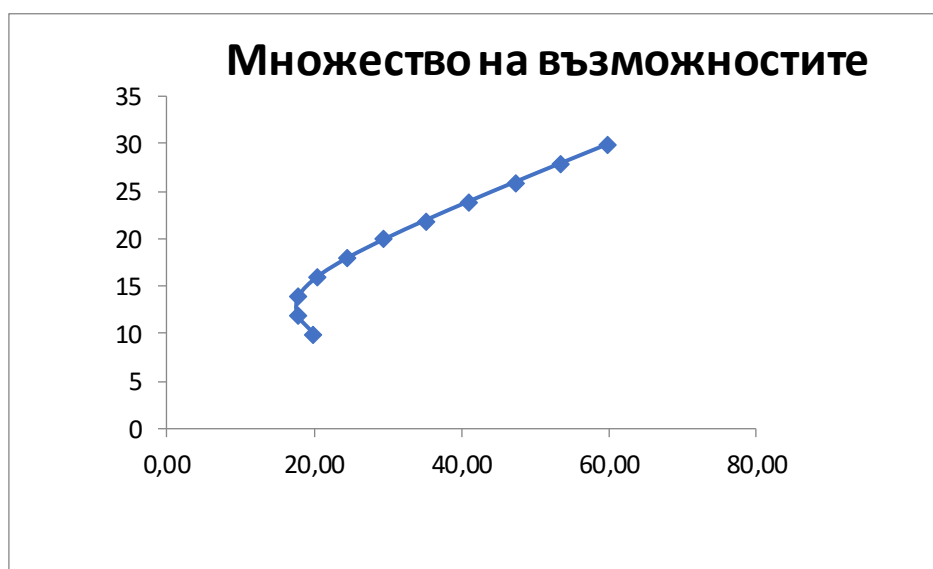
Ефективен фронт (Efficient Set), според **Марковиц** е позитивно наклонената част от множеството от възможни портфейли – горният удебелен ръб (виж фигура 1), включваща множеството от възможни портфейли. Ефективният фронт включва набора от портфейли с най-висока доходност при дадено рисково равнище.

Съвременната портфейлна теория илюстрира как портфейлния риск може да бъде по-малък от индивидуалния риск на отделните негови активи.

Нека да разгледаме множество от единадесет портфейла P_1, P_2, \dots, P_{11} , всеки от които се състои от два актива М и N с различни тегла (дялове) w_M и w_N (виж таблица 1). За всеки портфейл е намерена очакваната възвръщаемост и стандартно отклонение, като оценка на риска. Първият портфейл включва само втория актив, а последния – само първия актив, откъдето лесно се определя очакваната възвръщаемост и индивидуалния риск на двата актива: $E(r_M) = 10\%$, $\sigma_M = 20\%$, $E(r_N) = 30\%$, $\sigma_N = 60\%$. В същото време десет портфейла имат портфейлното стандартно отклонение по-малко от това втория актив, а за два портфейла P_9 и P_{10} то е по-малко от това на първия актив.

Таблица 1. Очаквана портфейлна възвращаемост и риск за множество от 11 портфейла.

Портфейл	Тегло на актив w_M	Тегло на актив w_N	Очаквана портфейлна възвръщаемост	Портфейлно стандартно отклонение
P_1	0%	100%	30%	60%
P_2	10%	90%	28%	53.64%
P_3	20%	80%	26%	47.36%
P_4	30%	70%	24%	41.22%
P_5	40%	60%	22%	35.28%
P_6	50%	50%	20%	29.66%
P_7	60%	40%	18%	24.59%
P_8	70%	30%	16%	20.47%
P_9	80%	20%	14%	17.98%
P_{10}	90%	10%	12%	17.80%
P_{11}	100%	0%	10%	20%



Фигура 2. Множество от възможни портфейли.

Забелязва се намаляване на портфейлния риск при нарастването теглото на първия актив до $E(r_M) = 90\%$, когато портфейлното стандартно отклонение е $\sigma_M = 17.80\%$, което е по-ниско от това при всяка друга комбинация между активите М и N. При продължаване на увеличението на теглото на този актив в портфейла, рискът пак нараства (виж фигура 2.)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теорията на Марковиц е първата стройна теория, даваща модел за оптимизиране на инвестиционни портфейли. Въз основа на направеното проучване могат да се посочат следните важни характеристики на модела на Марковиц:

1. Предложена е ефективна диверсификация.
2. Изведени са формули за очаквана възвръщаемост и риск на портфейл, като използва очакваната възвръщаемост на отделните активи.

3. Въведено е понятието ефективна граница на капиталовия пазар, която представлява множеството от най-добрите възможности на пазара.
4. Минимизира се общия риск на портфейла.
5. Предлага се съвкупност от портфейли, между които трябва да се избира оптимален портфейл.
6. При голям брой акции (активи) на съвременните фондови борси, практически е много трудно да се определи местоположението на ефективния портфейл върху ефективната граница.
7. Специфичния случай на търгуване с облигации не е предмет на разгледания модел.

REFERENCES

- [1] Markowitz, H., Portfolio Selection, Journal of Finance, vol. 7, pp. 77-91, 1952.
- [2] Modern Portfolio Theory
<https://www.investopedia.com/terms/m/modernportfoliotheory.asp>
- [3] Post Modern Portfolio Theory
http://www.actuaries.org/AFIR/colloquia/Orlando/Ferguson_Rom.pdf
- [4] Pavlov, V. and V. Mihova, Applied Statistics with SPSS, Ruse, 2016 (in Bulgarian).
- [5] Amenc, N and V. Le Sourd, Portfolio Theory and Performance Analysis, John Wiley and Sons, 2003.

THE IMPACT OF INFLATION OVER THE OUTSTANDING CLAIM RESERVES, USING CHAIN LADDER METHOD⁷

Lyubomir Mitkov

Financial Mathematics Student

University of Ruse

E-mail: mising@abv.bg

Chief Assist. Elitsa Raeva, PhD

Department of Applied Mathematics and Statistics

University of Ruse

E-mail: eraeva@uni-ruse.bg

Abstract: *Planning the reserves in the insurance practice is one of the most important part of the actuarial calculus. Bad calculation of the reserves can bring to imbalance to the insurer through the wrong distributed dividends without a reason. In Bulgaria “Civil liability of motors” is a mandatory and that is significant, which makes the job for the actuary so difficult. In this article it will be shown how the reserves should be calculated by the actuary using the “Chain Ladder” method without including an inflation percentage. Then, a comparison with the result after including the inflation percentage will be made. For using the inflation as a factor in Chain-Ladder method, it is necessary to make a forecast for future periods. This forecast is made with ARIMA models, using the statistical software SPSS, but it is not of the major scope of the current work.*

Keywords: *Car liability insurance, outstanding claims reserves, Chain Ladder method, Inflation, forecast*

ВЪВЕДЕНИЕ

Гражданската отговорност е вид застраховка, с която се сключва застрахователен договор между дадената застрахователна фирма и потребител. Чрез него застрахователят се задължава да покрие причинените от потребителя нанесени имуществени и неимуществени щети върху трето лице, като се поддържа в границите на определената в договора застрахователна сума или за неизпълнение на задълженията на потребителя към договора. В някой случай, застрахователната фирма „дава бонуси” на своите потребители, като намаляване на паричната вноска, например при „Гражданска отговорност при автомобилистите”, след 10-та година на дадения потребител, ако не е участвал в ПТП, застрахователната фирма дава на клиента така наречения „бонус-малус”, при който се намаля вноската на потребителя. Но ако даденото лице участва в ПТП, автоматично този бонус отпада, но след отново 10 години потребителят не участва в злополуки дадения застраховател може отново да даде на клиента възможност да използва този „бонус”. Периодът за задържане на плащания по обезщетения е също от 10 години. Това прави планирането на резервите основен фактор за оценката на платежоспособността по този вид застраховка. Обосноваването на техническите резерви за застраховка е важно по няколко причини: всеки анализ на финансовото състояние се основава на начина за създаване на технически резерви; подценяването води до намаляване на печалбата от инвестиционни дейности; използването на неефективни методи може да повлияе на рентабилността и финансовата стабилност и платежоспособността на застрахователната компания.

Неправилното създаване на резерв за неуредени щети може да доведе до дисбаланси в застрахователя чрез разпределяне на дивиденди неоснователно, защото това влияе върху размера на печалбата и върху това, че реалната компания ще направи загуби, [1].

⁷ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика” с оригинално заглавие на български език: АНАЛИЗ НА ЗАСТРАХОВКА „ГРАЖДАНСКА ОТГОВОРНОСТ” С ОТЧИТАНЕ НА ИНФЛАЦИЯ ПРИ ВЕРИЖНО-СТЪЛБОВИДЕН МЕТОД.

У нас „Гражданската отговорност при автомобилистите“ е задължителна, при потребители използващи моторни превозни средства. Това прави делът на тази застраховка значим за застрахователната практика. Един от основните проблеми, пред които се изправят актюерите са резервите за висящи плащания, които заемат важна роля в планирането на финансовия разчет за всяка компания. Причините за наличие на забавяне при изплащане на резервите могат да бъдат от различно естество. Исковете, които определят резервите висящи плащания могат да се разделят на следните видове:

- Искове, които са отчетени, но случая по тях не е окончателно затворен (RBNS - reported, but not settled);
- Искове, които са възникнали, но все още не са предявени (IBNR - incurred but not reported);
- Искове, чиито случаи са приключени, но е възможно да бъдат разглеждани отново.

Резервите за предстоящи плащания представляват сигурни задължения на застрахователното дружество, които не са уредени до края на отчетния период. В практиката най-често сумата, предназначена за покриване на RBNS исковете се оценява по метода "щета по щета", като се разглежда обезщетението за всяка обявена, но неплатена щета. При изчисляването на резервите относно IBNR исковете най-широко приложение намира "верижно-стълбовидният" метод [2]. Базовият вариант на този метод е лесно приложим, тъй като изисква само три предположения относно данните: плащанията за всяка година от разглеждания период трябва да се извършат по един и същи начин; тежестта на инфлация не се променя през целия период; приложим за данни, представени чрез триъгълник на развитие [3]. Първото и второто условие са в сила почти винаги. Предположението относно инфлацията, обаче може да доведе до сериозни грешки при определяне на резервите за висящи плащания, тъй като за период от 10 години може да се натрупа значим растеж на инфлацията.

Настоящата статия има за цел да установи влиянието на инфлацията върху резултатите получени по Верижно-стълбовидния метод за данни от застраховка Гражданска отговорност на автомобилиста за българския застрахователен пазар.

ЧИСЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ

Разглеждаме данни за Гражданска отговорност на автомобилиста за периода 2010-2020 година, представени чрез триъгълник на развитие (таблица 1). Данните за стойността на изплатените претенции по застраховка „Гражданска отговорност“ на автомобилистите за последните 10 години са взети от официалния сайт на Комисията за финансов надзор [4].

Верижно-стълбовиден метод без инфлация

В първата част от анализа ще бъде направена оценка за неизплатените обезщетения, използвайки Верижно-стълбовиден метод без отчитане на инфлацията като фактор за предстоящите плащания.

Таблица 1: Триъгълник на развитие, включително изплатени искове през 2010-2020 г. (хиляди лева)

Данни за стойността на изплатените претенции по застраховка "Гражданска отговорност" на автомобилистите											
Брутен размер на изплатените претенции във връзка с имуществени вреди											
година на събитие	година на изплащане на претенцията										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	43,217,563	98,579,453	114,686,731	126,832,423	131,215,829	133,826,734	135,173,844	136,464,856	137,458,084	137,660,707	138,042,169
2011	42,565,243	99,878,586	114,221,069	122,509,862	127,522,202	130,490,901	132,593,874	133,530,138	134,180,640	134,948,254	
2012	46,095,785	106,442,279	122,434,764	129,154,009	133,283,301	137,368,086	139,692,336	140,613,206	141,074,976		
2013	46,855,230	112,339,611	128,442,453	136,865,078	143,427,746	147,783,027	149,903,595	151,539,780			
2014	47,357,393	117,600,053	137,899,265	147,595,849	154,617,447	159,321,350	161,102,061				
2015	51,631,399	125,379,148	150,656,633	168,701,210	180,991,620	187,609,239					
2016	52,860,351	134,962,495	170,619,330	186,349,206	194,193,931						
2017	46,576,016	139,013,805	175,077,352	189,786,876							
2018	49,565,417	154,391,609	182,931,018								
2019	73,265,150	168,933,236									
2020	71,134,269										

На първия етап ще бъдат представени в таблица за всяка година от 2010-2020г. Тази таблица се получава чрез сумиране на всички изплатени до момента искове.

Таблица 2: Таблица с кумулативни стойности за развитието (хиляди лева)

Данни за стойността на изплатените претенции по застраховка "Гражданска отговорност" на автомобилите											
Брутен размер на изплатените претенции във връзка с имуществени вреди											
година на събитие	година на изплащане на претенцията										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	43,217,563	98,579,453	114,686,731	126,832,423	131,215,829	133,826,734	135,173,844	136,464,856	137,458,084	137,660,707	138,042,169
2011	42,565,243	99,878,586	114,221,069	122,509,862	127,522,202	130,490,901	132,593,874	133,530,138	134,180,640	134,948,254	135,322,200
2012	46,095,785	106,442,279	122,434,764	129,154,009	133,283,301	137,368,086	139,692,336	140,613,206	141,074,976	141,578,867	141,971,186
2013	46,855,230	112,339,611	128,442,453	136,865,078	143,427,746	147,783,027	149,903,595	151,539,780	152,316,839	152,860,883	153,284,466
2014	47,357,393	117,600,053	137,899,265	147,595,849	154,617,447	159,321,350	161,102,061	162,484,938	163,318,122	163,901,460	164,355,636
2015	51,631,399	125,379,148	150,656,633	168,701,210	180,991,620	187,609,239	190,170,271	191,802,666	192,786,184	193,474,776	194,010,901
2016	52,860,351	134,962,495	170,619,330	186,349,206	194,193,931	199,843,503	202,571,544	204,310,389	205,358,044	206,091,540	206,662,626
2017	46,576,016	139,013,805	175,077,352	189,786,876	198,594,643	204,372,242	207,162,104	208,940,354	210,011,750	210,761,869	211,345,896
2018	49,565,417	154,391,609	182,931,018	198,326,413	207,530,489	213,568,054	216,483,447	218,341,710	219,461,314	220,245,184	220,855,490
2019	73,265,150	168,933,236	201,271,095	218,209,983	228,336,830	234,979,702	238,187,382	240,231,949	241,463,801	242,326,260	242,997,753
2020	71,134,269	178,909,310	213,156,828	231,096,014	241,820,885	248,856,041	252,253,146	254,418,451	255,723,048	256,636,438	257,347,585
коэффициент на развитие		2.51509	1.19142	1.08416	1.04641	1.02909	1.01365	1.00858	1.00513	1.00357	1.00277

Вторият етап се състои в изчисляване на факторите на развитие. Те са получени чрез разделяне на общите суми в таблицата над всяка колона в предишна колона с изключение на последния период.

$$r_{0,1} = \frac{98\,579\,453 + 99\,878\,586 + 106\,442\,279 + \dots + 168\,933\,236}{43\,217\,563 + 42\,565\,243 + 46\,095\,785 + \dots + 73\,265\,150} = 2.51509$$

$$r_{1,2} = \frac{114\,686\,731 + 114\,221\,069 + 122\,434\,764 + \dots + 182\,931\,018}{98\,579\,453 + 99\,878\,586 + 106\,442\,279 + \dots + 154\,391\,609} = 1.19142$$

$$r_{8,9} = \frac{137\,660\,707 + 134\,948\,254}{137\,458\,084 + 134\,180\,640} = 1.00357$$

$$r_{9,10} = \frac{138\,042\,169}{137\,660\,707} = 1.00277$$

Третият етап се състои в използването на фактори за развитие за оценка на щетите за да се заплатят за следващите години чрез умножаване на последната клетка към всяка от годините, свързана с клетка с предишната.

$$C_{2020,1} = 71\,134\,269 * 2.51509 = 178\,909\,310$$

$$C_{2020,2} = 178\,909\,310 * 1.19142 = 213\,156\,828$$

$$C_{2020,9} = 255\,723\,048 * 1.00357 = 256\,636\,438$$

$$C_{2019,2} = 201\,271\,095 * 1.08416 = 231\,096\,014$$

$$C_{2012,1} = 141\,074\,976 * 1.00357 = 141\,578\,867$$

$$C_{2012,2} = 141\,578\,867 * 1.00277 = 141\,971\,186$$

След като очакваните суми бъдат попълнени в обобщената таблица, следва да се построи нова таблица, която съдържа както първоначалните изплатени искове, така и тези, които се очаква да бъдат ликвидирани през следващите години.

Таблица 3: Таблица с кумулативни стойности, попълнена с прогнозни суми (хилядилева)

Данни за стойността на изплатените претенции по застраховка "Гражданска отговорност" на автомобилстите											
Брутен размер на изплатените претенции във връзка с имуществени вреди											
година на събитие	година на изплащане на претенцията										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	43,217,563	98,579,453	114,686,731	126,832,423	131,215,829	133,826,734	135,173,844	136,464,856	137,458,084	137,660,707	138,042,169
2011	42,565,243	99,878,586	114,221,069	122,509,862	127,522,202	130,490,901	132,593,874	133,530,138	134,180,640	134,948,254	135,322,200
2012	46,095,785	106,442,279	122,434,764	129,154,009	133,283,301	137,368,086	139,692,336	140,613,206	141,074,976	141,578,867	141,971,186
2013	46,855,230	112,339,611	128,442,453	136,865,078	143,427,746	147,783,027	149,903,595	151,539,780	152,316,839	152,860,883	153,284,466
2014	47,357,393	117,600,053	137,899,265	147,595,849	154,617,447	159,321,350	161,102,061	162,484,938	163,318,122	163,901,460	164,355,636
2015	51,631,399	125,379,148	150,656,633	168,701,210	180,991,620	187,609,239	190,170,271	191,802,666	192,786,184	193,474,776	194,010,901
2016	52,860,351	134,962,495	170,619,330	186,349,206	194,193,931	199,843,503	202,571,544	204,310,389	205,358,044	206,091,540	206,662,626
2017	46,576,016	139,013,805	175,077,352	189,786,876	198,594,643	204,372,242	207,162,104	208,940,354	210,011,750	210,761,869	211,345,896
2018	49,565,417	154,391,609	182,931,018	198,326,413	207,530,489	213,568,054	216,483,447	218,341,710	219,461,314	220,245,184	220,855,490
2019	73,265,150	168,933,236	201,271,095	218,209,983	228,336,830	234,979,702	238,187,382	240,231,949	241,463,801	242,326,260	242,997,753
2020	71,134,269	178,909,310	213,156,828	231,096,014	241,820,885	248,856,041	252,253,146	254,418,451	255,723,048	256,636,438	257,347,585
коэффициент на		2.51509	1.19142	1.08416	1.04641	1.02909	1.01365	1.00858	1.00513	1.00357	1.00277

Последният етап от прилагането на метода Chain Ladder се крие в действителното изчисляване на резерв за неуредени искове в края на 2020 г. Това се състои от сумата на разлики между всяка клетка за миналата година и последната известна клетка за тази година.

$$\begin{aligned}
 RND_{2020} &= (257\,347\,585 - 71\,134\,269) + (242\,997\,753 - 168\,933\,236) \\
 &+ (220\,855\,490 - 182\,931\,018) + (211\,345\,896 - 189\,786\,876) \\
 &+ (206\,662\,626 - 194\,193\,931) + (194\,010\,901 - 187\,609\,239) \\
 &+ (164\,355\,636 - 161\,102\,061) + (153\,284\,466 - 151\,539\,780) \\
 &+ (141\,971\,186 - 141\,074\,976) + (135\,322\,200 - 134\,948\,254) = 344\,900\,099
 \end{aligned}$$

През 2020 г. застрахователната компания ще задели резерв за неуредени искове в размер на 344 900 099 хиляди лева, като се прилага основният метод Chain Ladder.

Верижно-стълбовиден метод с включена инфлация

Методът Chain Ladder може да се приложи към версията с инфлация и се различава от базата, като се вземе предвид индексът на инфлация, приложен към вземания от предишни години, но също така прогнозира степента на инфлация, приложена към очакваните щети.

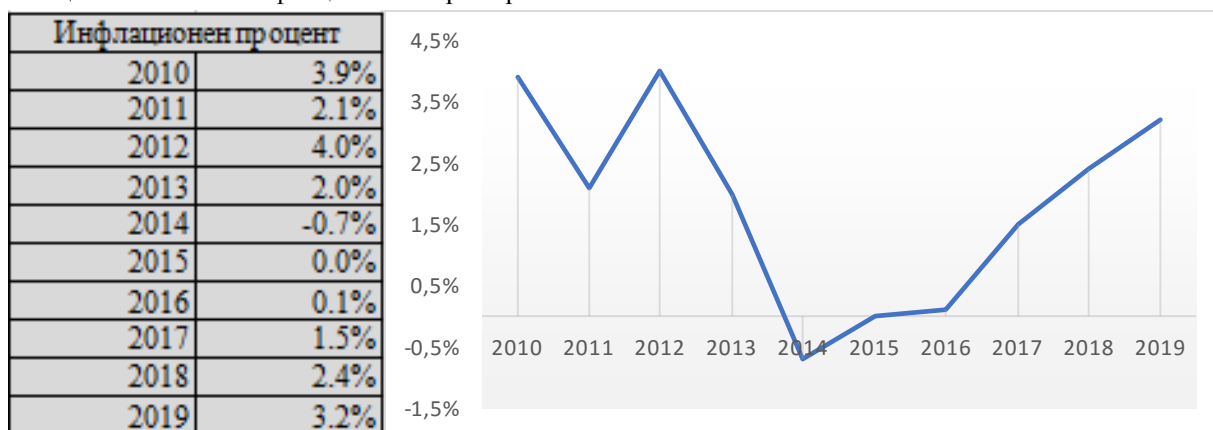
Chain Ladder все още прилага основните данни по отношение на щетите, с актуализиран индекс на инфлация и се изчисляват щетите, които ще бъдат изплатени през следващите години, според приложимия индекс, прогнозира да преобразуват на тези суми в парични стойности за всяка година. Така че този метод се различава от базовия, защото използва данни които са изразени като настоящи стойности, а предишният метод използваше настоящи стойности. Например използваме същите данни, от които стартирахме.

Таблица 4: Триъгълник на развитие, включително искове, изплатени през 2010-2020 г. (хилядилева)

Данни за стойността на изплатените претенции по застраховка "Гражданска отговорност" на автомобилстите											
Брутен размер на изплатените претенции във връзка с имуществени вреди											
година на събитие	година на изплащане на претенцията										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	43,217,563	55,361,890	16,107,278	12,145,692	4,383,406	2,610,905	1,347,111	1,291,012	993,228	202,623	381,462
2011	42,565,243	57,313,343	14,342,482	8,288,793	5,012,340	2,968,700	2,102,972	936,265	650,502	767,614	
2012	46,095,785	60,346,494	15,992,485	6,719,245	4,129,292	4,084,785	2,324,250	920,870	461,770		
2013	46,855,230	65,484,381	16,102,842	8,422,625	6,562,668	4,355,281	2,120,568	1,636,185			
2014	47,357,393	70,242,660	20,299,212	9,696,585	7,021,598	4,703,903	1,780,711				
2015	51,631,399	73,747,749	25,277,486	18,044,577	12,290,410	6,617,619					
2016	52,860,351	82,102,143	35,656,835	15,729,876	7,844,725						
2017	46,576,016	92,437,789	36,063,546	14,709,524							
2018	49,565,417	104,826,192	28,539,409								
2019	73,265,150	95,668,087									
2020	71,134,269										

Според данни на Националния статистически институт, инфлацията в разглеждания период беше предимно тенденция на спад и е представен в таблица 5.

Таблица 5: Нивото на инфлация в България през 2010-2020 г.



Данните са взети от официалния сайт на националния статистически институт, [5]

Следва да се изчислят стойностите от таблицата за изминалата инфлация, както е показано на таблица 6. На втория ред от таблицата са записани данните на инфлационния коефициент за съответната година. На третия ред се прибавя единица към наличните стойности.

Таблица 6: Предишна инфлационна матрица

Предишна инфлационна матрица										
2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0.04	0.02	0.04	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.02	0.02	0.03	0.00
1.04	1.02	1.04	1.02	0.99	1.00	1.00	1.02	1.02	1.03	1.00
1.20	1.15	1.13	1.09	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00

Факторите за отстъпка от последния ред на матрицата са изчислени, както следва:

$$1.200\% = 1.04\% * 1.02\% * 1.04\% * \dots * 1.03\%$$

$$1.15\% = 1.02\% * 1.04\% * \dots * 1.03\%$$

$$\dots$$

$$1.03\% = 1.024\% * 1.03\%$$

Следващата стъпка включва таблица, която представлява триъгълник на развитие, отчитайки дисконтовите фактори според инфлацията.

Таблица 7: Триъгълник на развитие, включително дисконтови фактори според инфлацията

Година на произход	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	1.20	1.15	1.13	1.09	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00
2011	1.15	1.13	1.09	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00	
2012	1.13	1.09	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00		
2013	1.09	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00			
2014	1.07	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00				
2015	1.07	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00					
2016	1.07	1.07	1.06	1.03	1.00						
2017	1.07	1.06	1.03	1.00							
2018	1.06	1.03	1.00								
2019	1.03	1.00									
2020	1.00										

След това продължаваме да актуализираме първоначалните щети от таблицата Инфлация за развитие, в резултат на щети, изразени в текущи цени. Това се постига чрез умножаване на клетка с данните на клетката в таблица 4 и таблица 7, което води до таблица 8.

Таблица 8: Триъгълник на развитие, включваща щети, изразени в текущи цени (хиляди лева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	63,929,188	18,217,329	13,208,438	4,673,483	2,803,308	1,446,382	1,384,764	1,049,611	209,107	381,462
2011	49,152,249	64,821,380	15,597,447	8,837,315	5,381,710	3,187,469	2,255,689	989,415	671,318	767,614	1,400,313
2012	52,134,324	65,626,802	17,050,808	7,214,401	4,433,588	4,381,421	2,456,193	950,337	461,770	262,080	478,097
2013	50,955,054	69,817,895	17,289,495	9,043,307	7,039,246	4,602,521	2,188,426	1,636,185	1,074,232	609,685	1,112,212
2014	50,491,330	75,418,991	21,795,104	10,400,746	7,420,200	4,854,428	1,780,711	1,058,333	694,845	394,362	719,412
2015	55,436,227	79,182,379	27,113,124	19,068,931	12,683,703	6,617,619	3,379,837	2,008,744	1,318,834	748,510	1,365,463
2016	56,755,744	88,064,362	37,681,003	16,233,232	7,844,725	4,983,377	2,545,176	1,512,678	993,144	563,663	1,028,257
2017	49,958,344	97,685,297	37,217,580	14,709,524	8,663,367	5,503,421	2,810,779	1,670,535	1,096,784	622,485	1,135,562
2018	52,379,147	108,180,630	28,539,409	14,676,316	8,643,809	5,490,997	2,804,434	1,666,763	1,094,308	621,080	1,132,998
2019	75,609,635	95,668,087	29,597,503	15,220,438	8,964,277	5,694,575	2,908,407	1,728,558	1,134,879	644,106	1,175,004
2020	71,134,269	105,566,489	32,659,841	16,795,237	9,891,775	6,283,770	3,209,329	1,907,406	1,252,300	710,749	1,296,577

По-нататъшна стъпка от използването на основните данни на Chain Ladder в таблица 8, е да построим таблицата от кумулативните стойности:

Таблица 9: Таблица с кумулативни стойности за развитието (хиляди лева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	115,781,018	133,998,347	147,206,785	151,880,268	154,683,576	156,129,958	157,514,722	158,564,333	158,773,441	159,154,903
2011	49,152,249	113,973,629	129,571,076	138,408,391	143,790,101	146,977,570	149,233,260	150,222,674	150,893,992	151,661,606	
2012	52,134,324	117,761,126	134,811,934	142,026,335	146,459,923	150,841,343	153,297,536	154,247,874	154,709,644		
2013	50,955,054	120,772,949	138,062,443	147,105,750	154,144,996	158,747,517	160,935,943	162,572,128			
2014	50,491,330	125,910,321	147,705,426	158,106,172	165,526,371	170,380,799	172,161,510				
2015	55,436,227	134,618,605	161,731,730	180,800,661	193,484,364	200,101,984					
2016	56,755,744	144,820,105	182,501,108	198,734,340	206,579,065						
2017	49,958,344	147,643,641	184,861,221	199,570,746							
2018	52,379,147	160,559,777	189,099,186								
2019	75,609,635	171,277,721									
2020	71,134,269										

На следващия етап отново се изчисляват факторите на развитие за получените кумулативни стойности от таблица 9. Те се получават чрез разделяне на обобщени суми в таблицата над всяка колона в предишната колона, с изключение на последния период.

$$r_{0,1} = \frac{115\,781\,018 + 113\,973\,629 + 117\,761\,126 + \dots + 171\,277\,721}{51\,851\,830 + 49\,152\,249 + \dots + 75\,609\,635} = 2.48405$$

$$r_{1,2} = \frac{133\,998\,347 + 129\,571\,076 + \dots + 182\,931\,018}{51\,851\,830 + 49\,152\,249 + \dots + 160\,559\,777} = 1.18657$$

.....

$$r_{8,9} = \frac{158\,773\,441 + 151\,661\,606}{158\,564\,333 + 150\,893\,992} = 1.00316$$

$$r_{9,10} = \frac{159\,154\,903}{158\,564\,333} = 1.0024$$

След като пресметнахме факторите за развитие на оценка за неуредени кумулативните щети, следва:

$$C_{2011,10} = 151\,661\,606 * 1.0024 = 152\,025\,981$$

$$C_{2012,9} = 154\,709\,644 * 1.00316 = 139\,782\,463$$

.....

$$C_{2019,9} = 242\,007\,370 * 1.00316 = 242\,771\,201$$

$$C_{2020,1} = 71\,134\,269 * 2.48405 = 176\,700\,757$$

$$C_{2020,2} = 176\,700\,757 * 1.18657 = 209\,668\,594$$

.....

$$C_{2020,9} = 249\,669\,866 * 1.00316 = 250\,457\,881$$

$$C_{2020,10} = 250\,457\,881 * 1.0024 = 251\,059\,620$$

Таблица 10: Таблица с кумулативни стойности за развитието, попълнена с прогнозни суми (хиляди лева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	115,781,018	133,998,347	147,206,785	151,880,268	154,683,576	156,129,958	157,514,722	158,564,333	158,773,441	159,154,903
2011	49,152,249	113,973,629	129,571,076	138,408,391	143,790,101	146,977,570	149,233,260	150,222,674	150,893,992	151,661,606	152,025,981
2012	52,134,324	117,761,126	134,811,934	142,026,335	146,459,923	150,841,343	153,297,536	154,247,874	154,709,644	155,197,943	155,570,815
2013	50,955,054	120,772,949	138,062,443	147,105,750	154,144,996	158,747,517	160,935,943	162,572,128	163,340,218	163,855,757	164,249,430
2014	50,491,330	125,910,321	147,705,426	158,106,172	165,526,371	170,380,799	172,161,510	173,539,893	174,359,801	174,910,121	175,330,352
2015	55,436,227	134,618,605	161,731,730	180,800,661	193,484,364	200,101,984	202,694,656	204,317,499	205,282,819	205,930,738	206,425,498
2016	56,755,744	144,820,105	182,501,108	198,734,340	206,579,065	212,298,136	215,048,831	216,770,585	217,794,741	218,482,151	219,007,067
2017	49,958,344	147,643,641	184,861,221	199,570,746	208,447,225	214,218,015	216,993,586	218,730,910	219,764,328	220,457,954	220,987,617
2018	52,379,147	160,559,777	189,099,186	204,485,296	213,580,364	219,493,264	222,337,185	224,117,291	225,176,158	225,886,866	226,429,571
2019	75,609,635	171,277,721	203,233,758	219,769,932	229,544,828	235,899,698	238,956,193	240,869,357	242,007,370	242,771,201	243,354,473
2020	71,134,269	176,700,757	209,668,594	226,728,340	236,812,731	243,368,810	246,522,081	248,495,820	249,669,866	250,457,881	251,059,620
коэффициент на		2.48405	1.18657	1.08137	1.04448	1.02768	1.01296	1.00801	1.00472	1.00316	1.00240

Следваме простото определяне на приблизителните стойности на нанесените щети, натрупване или намаляване колона по колона в таблицата по-горе.

Таблица 11: Таблица с кумулативни стойности за развитието (хиляди лева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	63,929,188	18,217,329	13,208,438	4,673,483	2,803,308	1,446,382	1,384,764	1,049,611	209,107	381,462
2011	49,152,249	64,821,380	15,597,447	8,837,315	5,381,710	3,187,469	2,255,689	989,415	671,318	767,614	364,375
2012	52,134,324	65,626,802	17,050,808	7,214,401	4,433,588	4,381,421	2,456,193	950,337	461,770	488,299	372,872
2013	50,955,054	69,817,895	17,289,495	9,043,307	7,039,246	4,602,521	2,188,426	1,636,185	768,090	515,539	393,673
2014	50,491,330	75,418,991	21,795,104	10,400,746	7,420,200	4,854,428	1,780,711	1,378,383	819,908	550,320	420,231
2015	55,436,227	79,182,379	27,113,124	19,068,931	12,683,703	6,617,619	2,592,673	1,622,842	965,320	647,920	494,760
2016	56,755,744	88,064,362	37,681,003	16,233,232	7,844,725	5,719,071	2,750,695	1,721,754	1,024,156	687,410	524,915
2017	49,958,344	97,685,297	37,217,580	14,709,524	8,876,479	5,770,790	2,775,571	1,737,324	1,033,418	693,627	529,662
2018	52,379,147	108,180,630	28,539,409	15,386,110	9,095,068	5,912,899	2,843,921	1,780,107	1,058,866	710,708	542,706
2019	75,609,635	95,668,087	31,956,037	16,536,174	9,774,896	6,354,870	3,056,495	1,913,164	1,138,013	763,831	583,271
2020	71,134,269	105,566,489	32,967,836	17,059,746	10,084,391	6,556,079	3,153,271	1,973,739	1,174,045	788,015	601,739
коэффициент на		1.48405	0.30938	0.51425	0.58896	0.63525	0.51073	0.59433	0.65655	0.56755	1.82424

За последващите итерации от анализа е направена прогноза за следващите 10 години на коефициента на инфлация (фигура 1). За използване на прогнозата е използван модула за анализ с времеви ARIMA модели на софтуера SPSS. Резултатите от прогнозата са представени в таблица 12.



Фигура 1. Прогнозирани стойности за индекса на инфлация за периода 2019-2029

Таблица 12. Прогнозирани стойности на коефициента на инфлация

Година	Индекс на инфлация
2020	2.00%
2021	1.40%
2022	0.90%
2023	4.30%
2024	4.70%
2025	4.50%
2026	4.50%
2027	3.00%
2028	3.50%
2029	3.50%

Таблица 13: Таблица с фактори, включително развитие за подходящо бъдещо актуализиране на инфлацията

Година на приход	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010											1.00
2011										1.00	1.01
2012									1.00	1.01	1.02
2013								1.00	1.01	1.02	1.07
2014							1.00	1.01	1.02	1.07	1.12
2015						1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17
2016					1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17	1.22
2017				1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17	1.22	1.25
2018			1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17	1.22	1.25	1.30
2019		1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17	1.22	1.25	1.30	1.34
2020	1.00	1.01	1.02	1.07	1.12	1.17	1.22	1.25	1.30	1.34	1.40

Коригирайки бъдещите щети от таблица 11, инфлацията се прогнозира чрез умножаване на клетката по клетка с таблица 13, в резултат на което се натрупва проста таблица със стойности.

Таблица 14: Триъгълник на развитие с проста корекция на прогнозата за инфлацията (хилядилева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	63,929,188	18,217,329	13,208,438	4,673,483	2,803,308	1,446,382	1,384,764	1,049,611	209,107	381,462
2011	49,152,249	64,821,380	15,597,447	8,837,315	5,381,710	3,187,469	2,255,689	989,415	671,318	767,614	369,513
2012	52,134,324	65,626,802	17,050,808	7,214,401	4,433,588	4,381,421	2,456,193	950,337	461,770	495,184	381,381
2013	50,955,054	69,817,895	17,289,495	9,043,307	7,039,246	4,602,521	2,188,426	1,636,185	778,920	527,305	419,850
2014	50,491,330	75,418,991	21,795,104	10,400,746	7,420,200	4,854,428	1,780,711	1,397,819	838,619	586,913	469,060
2015	55,436,227	79,182,379	27,113,124	19,068,931	12,683,703	6,617,619	2,629,229	1,659,877	1,029,510	723,204	576,823
2016	56,755,744	88,064,362	37,681,003	16,233,232	7,844,725	5,799,710	2,813,470	1,836,243	1,143,157	801,428	639,703
2017	49,958,344	97,685,297	37,217,580	14,709,524	9,001,638	5,902,487	2,960,134	1,939,192	1,204,826	845,308	664,530
2018	52,379,147	108,180,630	28,539,409	15,603,055	9,302,629	6,306,082	3,174,369	2,075,364	1,290,418	891,675	704,522
2019	75,609,635	95,668,087	32,406,617	16,913,550	10,424,885	7,093,270	3,563,461	2,331,533	1,427,785	991,579	783,305
2020	71,134,269	107,054,976	33,720,204	18,194,147	11,256,141	7,643,504	3,842,824	2,476,312	1,524,105	1,058,267	842,289

Въз основа на Таблица 14 се постига таблица с кумулативни щети за всяка година въз основа на който може да бъде изчислен резерв за неуредените икове.

След използването на аналогични изчисления за прогнозиране на резервите за висящи плащания, както в първата част, изпълнявайки Верижно-стълбовидния метод без инфлация се получава следния резултат:

$$RND_{2020} = 351\,331\,902$$

Окончателно получаваме:

$$RND_{2020} = 344\,900\,100 \text{ – без инфлация}$$

$$RND_{2020} = 351\,331\,902 \text{ – с инфлация}$$

Сравнявайки двата резултата се получава разлика от $0.0186483 = 1.9\%$.

Таблица 15: Таблица на кумулативното развитие (хилядилева)

Година на събитие	Период на развитие										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2010	51,851,830	115,781,018	133,998,347	147,206,785	151,880,268	154,683,576	156,129,958	157,514,722	158,564,333	158,773,441	159,154,903
2011	49,152,249	113,973,629	129,571,076	138,408,391	143,790,101	146,977,570	149,233,260	150,222,674	150,893,992	151,661,606	152,031,119
2012	52,134,324	117,761,126	134,811,934	142,026,335	146,459,923	150,841,343	153,297,536	154,247,874	154,709,644	155,204,828	155,586,209
2013	50,955,054	120,772,949	138,062,443	147,105,750	154,144,996	158,747,517	160,935,943	162,572,128	163,351,048	163,878,352	164,298,202
2014	50,491,330	125,910,321	147,705,426	158,106,172	165,526,371	170,380,799	172,161,510	173,559,329	174,397,948	174,984,861	175,453,921
2015	55,436,227	134,618,605	161,731,730	180,800,661	193,484,364	200,101,984	202,731,213	204,391,091	205,420,600	206,143,805	206,720,628
2016	56,755,744	144,820,105	182,501,108	198,734,340	206,579,065	212,378,775	215,192,244	217,028,488	218,171,645	218,973,073	219,612,776
2017	49,958,344	147,643,641	184,861,221	199,570,746	208,572,383	214,474,870	217,435,004	219,374,196	220,579,022	221,424,330	222,088,860
2018	52,379,147	160,559,777	189,099,186	204,702,241	214,004,869	220,310,951	223,485,320	225,560,684	226,851,102	227,742,777	228,447,299
2019	75,609,635	171,277,721	203,684,338	220,597,888	231,022,773	238,116,043	241,679,504	244,011,037	245,438,823	246,430,401	247,213,707
2020	71,134,269	178,189,245	211,909,449	230,103,595	241,359,736	249,003,240	252,846,064	255,322,376	256,846,482	257,904,749	258,747,038

Подобна разлика може да доведе до подценяване на необходимите резерви ако инфлацията не бъде включена като фактор при изчисляване на резервите посредством Верижно-стълбовидния метод.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Верижно-стълбовидният метод е широко използван поради липсата на предположения при прилагането му. За да може да бъде използван е необходимо данните да отговарят само на две изисквания – условията, които влияят върху предявяването и изплащането на претенциите да остават непроменени с времето и данните да могат да бъдат представени чрез триъгълник на развитие. Наличието на инфлация като фактор, представено в настоящата работа не нарушава тези условия. В същото време, периодът за уреждане на исовете от 10 години е достатъчно голям за да се усети влиянието на инфлацията.

В резултат от настоящия анализ е установена разлика между използването на базовия Верижно-стълбовиден метод и този с включена инфлация от 1.9%. Тази разлика би могла да бъде и по-голяма в случай на по-големи колебания на инфлационния коефициент. Поради тази причина е от съществено значение и точната прогноза на инфлацията за бъдещия период. Така изчисляването на необходимите резерви за стойностите на неизплатените претенции по Застраховка Гражданска отговорност, би било по-прецизно ако се използва Верижно-стълбовиден метод с включена инфлация.

REFERENCES

- [1] Bente C., (2016), *Basic Chain Ladder Method Versus Inflation Adjusted Chain Ladder*, Annals of Faculty of Economics, University of Oradea, Faculty of Economics, vol. 1(2), pages 343-354.
- [2] Raeva E., V. Pavlov, (2017), *Planning Outstanding Reserves in General Insurance*, AIP Conference Proceedings 1895 (1), 050009.
- [3] Raeva E., V. Pavlov, S. Georgieva (2021), *Claim Reserving Estimation by Using the Chain Ladder Method*, AIP Conference Proceedings, 2321, 030029.
- [4] <https://www.fsc.bg/bg/pazari/zastrahovatelyn-pazar/statistika/obshto-zastrahovane/2020/>
- [5] <https://www.nsi.bg/bg/content>

TABULAR PRESENTATION AND VISUALIZATION OF EMPIRICAL DATA⁸

Elif Sali

Financial Mathematics Student,
University of Ruse
E-mail: emi97emi@abv.bg

Цяна Раева

Department of Applied Mathematics and Statistics,
University of Ruse
E-mail: iraeva@uni-ruse.bg

Abstract: The report presents examples of tabular and graphical presentation of empirical data. The main approach and the stages for obtaining empirical data are described. The advantages of the statistical tables are indicated, as well as an algorithm for filling in. The second part of the report includes the visualization of the data presented in the table and the different types of graphical representations.

Keywords: The empirical research method, the empirical cycle, statistical tables, data visualization

ВЪВЕДЕНИЕ

Емпиричният изследователски метод е основен научен метод, при който се събират данни и информация за явления и процеси чрез средствата на директното наблюдение и експеримент. Характерното за този метод е, че той е систематичен и обоснован. Обосноваването на научното знание става посредством заключения за верността на една теория, основани на доказателства (факти).

„Адриан де Гроот, известен холандски психолог и експерт по шах, провежда някои от най-забележителните експерименти по шах през 1940-те години. По време на обучението си той разработва цикъл, който е последователен и широко използван за емпирични изследвания днес. Състои се от 5 фази. **Емпиричният цикъл** улавя процеса на разработване на хипотезата, информация за това как някои аспекти работят или се държат и след това тества тази хипотеза с емпирични данни по систематичен и строг подход. Може да се каже, че цикълът характеризира дедуктивния подход на науката.” [1]



Фигура 1 Емпиричен цикъл по Адриан де Гроот

Адриан де Гроот теоретизира цикъла на емпиричното знание в пет последователни етапа:

1. **Наблюдение:** Наблюдение на природен феномен за формиране на хипотеза.
2. **Индукция:** Формулиране на хипотеза.
3. **Дедукция:** Умозаклучения относно последствията от хипотезата под формата на проверяеми прогнози.
4. **Проверка:** Тестване на хипотезата с нов емпиричен материал.

⁸ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.05.2021 г. в секция „Финансова математика“ с оригинално заглавие на български език: ТАБЛИЧНО ПРЕДСТАВЯНЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НА ЕМПИРИЧНИ ДАННИ.

5. **Оценка:** Оценяване на резултатите от проверката.

ПРЕДСТАВЯНЕ НА ЕМПИРИЧНИ ДАННИ

Основните методи за представяне на статистически данни са табличен и графичен

• Статистически таблици

Важни предимства на този начин на представяне са:

- възможност за комбиниране на данните по различен признак;
- улесняване на четенето и анализирането им;
- позволяват да се характеризират едновременно две и повече съвкупности.

Табличният метод е необходимо средство за статистическо анализиране и изследване на данни по същество

В зависимост от това дали данните в таблицата характеризират явленията в тяхното статично състояние или развитието им във времето, таблиците се разделят на динамични и статични. Визуализацията на събраната в таблиците информация се визуализира чрез **диаграми**.

• Графично представяне на статистически данни [2]

Графичният образ може да се състои от точки, линии, равнинни или пространствени геометрични фигури. Най-често се използват картограми и диаграми (точкови, линейни, равнинни или пространствени). За да се сравни изменението на две съвкупности от статистически данни във времето (или две извадки от два различни статистически реда), често се използват двойни, тройни и т.н. **стъпаловидни диаграми**. **Вкръгова диаграма** стойностите се показват като сектори от кръг. Дължините на съответните им дъги, или площите на секторите, са пропорционални на изобразяваните стойности. **Точковите диаграми** са подходящи за следните примерни задачи:

- мащабиране на оста x ;
- генериране на параметрична крива, например спирала;
- чертане на графиката на функция;
- изследване на статистическата връзка между количествени величини;

Точковата диаграма може да съдържа няколко серии от данни, докато на кръгова диаграма се показва какъв дял (в проценти) имат основните марки.

СТАТИСТИЧЕСКА ОБРАБОТКА НА ОПИТНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

Статистическата обработка на опитните резултати започва още с провеждането на самите опити, като се попълват съответните таблици.

При попълване на таблиците е желателно да се избира броят на интервалите в границите от a до b , като отклонение от посочения брой може да се прави в случаите, когато опитните резултати са малко или пък когато самият характер на изследванията предопределя броя на интервалите.

При равнинно представяне на една съвкупност се получава най-прегледан чертеж, ако той се помества в правоъгълник с размери a -основа и h -височина, за които $a:h=8:5$ (златното сечение).

Табличното и графичното представяне на някои статистически съвкупности ще направим с конкретни примери.

Нека да представим таблично емпиричните данни, получени при измерването на величината x : 86,74, 91, 88, 80, 82, 79, 81,82, 72, 80, 76, 79, 77, 82, 80, 84, 78, 82, 85, 78, 74, 84, 79, 85, 78, 82, 88, 79, 80, 87, 79, 75, 86, 76, 81, 87, 93, 77, 80, 89, 75, 81, 84, 78, 82, 85, 69, 82 и 83.

Минималната стойност, която е получена при измерванията на величината x , е $x_{min} = 69$, а максималната $x_{max} = 93$. Тогава осцилацията /размаха/ е $d = x_{max} - x_{min} = 93 - 69 = 24$. Ако приемем броя на интервалите да бъде $k=9$, то на всеки интервал ще принадлежат най-много по три различни стойности. Интервалите ще бъдат, като следва: [69, 71], [72, 74], [75,

77], [78, 80], [81, 83], [84, 86], [87, 89], [90, 92] и [93, 95]. Чрез непосредствено преброяване се вижда, че численостите на интервалите са: $n_i = 1, 3, 6, 14, 11, 8, 5, 1, 1$.

В такъв случай получаваме следната таблица (табл. 1).

x_i	от 69 до 71	от 72 до 74	от 75 до 77	от 78 до 80	от 81 до 83	от 84 до 86	от 87 до 89	от 90 до 92	от 93 до 95
n_i	1	3	6	14	11	8	5	1	1

Таблица 1. Таблица на елементарното разпределение на численостите.

Дължината на всеки интервал в таблицата е $d = 3$. Освен посочената таблица твърде често се попълват още и таблиците (табл. 2 и 3), където $n = \sum n_i$ и $N_i = \sum_{k=1}^i n_k$ са съответно общия брой на измерванията и сумираната численост.

p_i – честотата на интервала,

$P_i = \sum_{k=1}^i p_k$ – сумарна честота

x_i	от 69 до 71	от 72 до 74	от 75 до 77	от 78 до 80	от 81 до 83	от 84 до 86	от 87 до 89	от 90 до 92	от 93 до 95
$p_i = \frac{n_i}{n}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{14}{50}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{50}$

Таблица 2

x_i	от 69 до 71	от 69 до 74	от 69 до 77	от 69 до 80	от 69 до 83	от 69 до 86	от 69 до 89	от 69 до 92	от 69 до 95
N_{i-1}	1	4	10	24	35	43	48	49	50
P_i	$\frac{1}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{24}{50}$	$\frac{35}{50}$	$\frac{43}{50}$	$\frac{48}{50}$	$\frac{49}{50}$	$\frac{50}{50}$

Таблица 3

В случаите, когато една величина е непрекъсната, т.е. може да приема коя да е стойност от определен интервал, то посочените интервали при попълването на таблиците се избират полуотворени, т.е. така, че кое да е значение на величината да принадлежи точно на един интервал. При някои случаи интервалите могат да бъдат и с различни дължини.

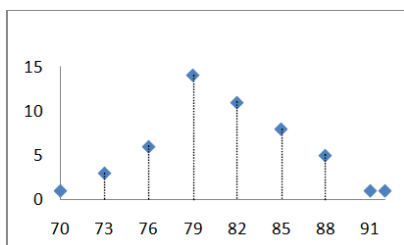
Попълването на *таблица 1* е желателно да се извършва още при провеждането на наблюденията или опитите, като с точка или чертичка се нанася съответния резултат в оня интервал, на който принадлежи получената стойност, както е показано на *таблица 4*.

x_i	от 69 до 71	от 72 до 74	от 75 до 77	от 78 до 80	от 81 до 83	от 84 до 86	от 87 до 89	от 90 до 92	от 93 до 95
n_i	•	••	•••	••••	•••••	••••••	•••••••	•	•

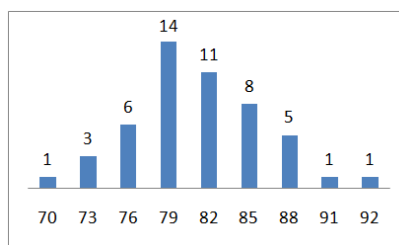
Таблица 4

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НА ПОПЪЛНЕНИТЕ В ТАБЛИЦА ЕМПИРИЧНИ ДАННИ

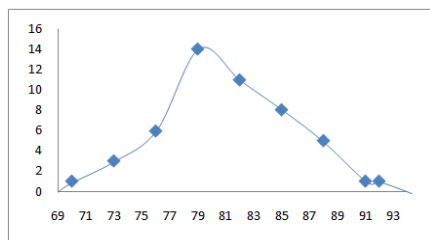
За да получим графичното представяне на разглежданата статистическа съвкупност, нанасяме върху две взаимни перпендикулярни оси (пресечната точка може да не съвпада с началото на всяка ос) съответно интервалите и числеността (фиг. 1) в определени мащаби.



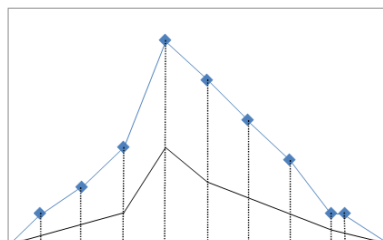
Диаграма 1 Точково представяне



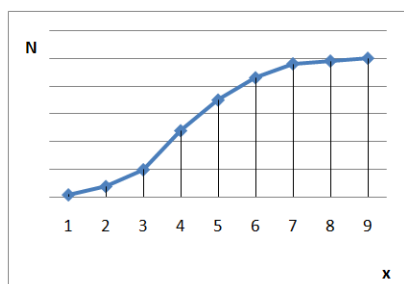
Диаграма 2 Представяне с правоъгълници



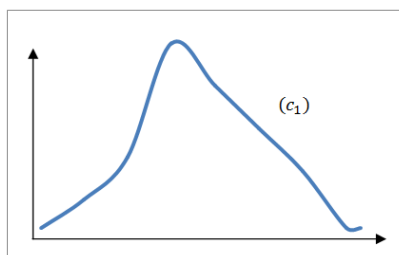
Диаграма 3 Многоъгълник на разпределението



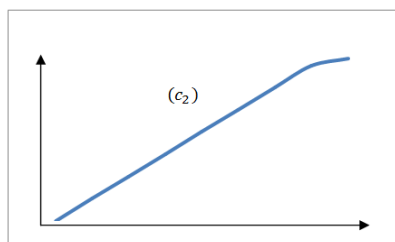
Диаграма 4



Диаграма 5 линия на сумарното разпределение



Диаграма 6 Крива на елементарното разпределение на численостите



Диаграма 7 Крива на сумарното разпределение на численостите

На диаграми 1, 2 и 3 са избрани такива мащаби, че фигурите са разположени в правоъгълници с размери в отношение $a : h = 8 : 5$, а на фиг. 4 - в други размери.

Очевидно е, че за предпочитане е да се правят фигурите в посоченото отношение. Аналогични графики ще получим, ако по вертикалната ос нанесем честотите на съответните интервали.

В случай, че по вертикалната ос нанесем сумарната численост или честотата (от табл.3), то получаваме графично представяне, дадено на фиг.5.

Ако оставим броя на интервалите да расте неограничено поне теоретически, то от графиките на фиг.3 и фиг.5 се получават криви, представени на фиг.6 и фиг.7.

Ако предположим, че кривата на елементарното разпределение на численостите (c_1) и кривата крива на сумарното разпределение на численостите (c_2) са съответно с уравнения

$$\begin{aligned} (c_1) &\rightarrow y = f(x), \\ (c_2) &\rightarrow y = F(x), \end{aligned}$$

то $F'(x) = f(x)$, където $f(x)$ и $F(x)$ са съответно функция на елементарното разпределение на численостите и функция на сумарното разпределение на численостите.

Функциите

$$(c_3) \rightarrow y = \frac{1}{n} f(x),$$

$$(c_4) \rightarrow y = \frac{1}{n} F(x)$$

са съответно *функция на елементарното разпределение на честотите* и *функция на сумарното разпределение на честотите*.

Броят (n_{ab}) на обектите, чийто вариант принадлежи на интервала [a, b], се определя по формулата

$$n_{ab} = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Намирането на функциите $f(x)$ и $F(x)$ за произволно разпределение в общия случай е трудно.

Нека с x означим броя на членовете в едно семейство, а y е годишния им доход. На таблица 5 са нанесени стойностите на x и y за 100 семейства.

x	y	x	y	x	y
2	1590	2	661	5	1250
2	1869	4	2823	4	2122
3	2520	5	3856	3	1950
4	3755	6	3067	5	3167
3	2616	4	2329	5	3591
3	1954	4	2078	3	650
2	1094	4	3012	5	3181
7	4471	2	1472	7	4260
4	2919	4	2426	3	3520
7	5599	6	1570	4	2065
4	2455	4	3025	3	2865
2	2324	5	1470	3	1200
4	1441	3	1768	5	795
4	960	3	1341	9	3221
4	1525	4	2290	3	2634
4	716	3	2364	3	1822
4	5117	4	2979	4	1978
4	923	4	2548	8	4620
3	1621	4	2539	5	1511
2	1886	3	2346	4	2550
2	1300	3	839	3	2366
3	1957	3	1996	3	2360
4	928	5	4395	4	3859
2	1348	6	2015	5	1966
3	3443	2	736	2	1930
5	2297	4	733	3	1596
5	1824	3	1955	7	4166
1	2195	4	2377	3	1267
4	1949				

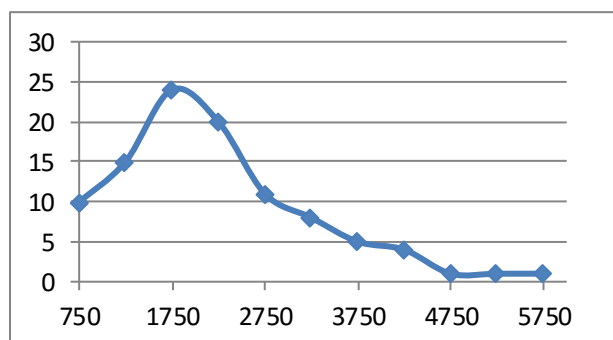
Таблица 5. Брой членове на семейства и доходи на семейство

След обработката на данните от таблица 5 получаваме следните резултати (таблица 6)

Приети групи	Среди на интервалите y_i	Численост n_i
501-1000	750	10
1001-1500	1250	15
1501-2000	1750	24
2001-2500	2250	20
2501-3000	2750	11
3001-3500	3250	8
3501-4000	3750	5
4001-4500	4250	4
4501-5000	4750	1
5001-5500	5250	1
5501-6000	5750	1
Общо		100

Таблица 6. Елементарното разпределение на данните по отношение на y .

Визуализацията на данните може да се види на следната диаграма 8:



Диаграма 8. Разпределение на годишния доход на семействата

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Съвременните компютризираны научны изследвания все повече се сблъскват с необходимостта от обработка и анализиране на големи масиви от данни. Според Джим Грей, днес сме на прага към преход в нова (четвърта) научна парадигма, в чиято основа стои събирането, подреждането, анализирането и визуализацията на голям обем от данни. Горните методи са много полезни за провеждането на такива изследвания, но редица нови методи ще продължават да се появяват, тъй като естеството на новите научни въпроси продължава да се променя.

ЛИТЕРАТУРА

- [4] „Емпирични изследвания: Определение, методи и примери”
<https://www.questionpro.group>
- [3] „Начини за представяне на статистически данни” <https://www.prezi.com>
- [1] М. Иванова 1996 „Елементи на математическата статистика” [глава XXVI]
- [2] К. Харалампиев, А. Марчев (2017). „Емпирични методи за събиране (анализиране) на данни”
- [5] Георгиева, Н. (1975). „Елементи на теорията на вероятностите и математическата статистика”

**APPLICATIONS AND BENEFITS OF USING KIOSKS AND INTEGRATED
KIOSK SOFTWARE IN EDUCATION SPHERE⁹**

Martin S. Dzhurov – Student

Department of Technical and Natural Sciences,
University of Ruse
Phone: +359 89 3975107
E-mail: mdzhurov@uni-ruse.bg

Assoc. Prof. Galina Atanasova, PhD

Department of Technical and Natural Sciences,
University of Ruse
Phone: +359 82 888 326
E-mail: gatansova@uni-ruse.bg

Abstract: *This article argues the use of the kiosk-terminal device, emphasizing the benefits it brings through its applications in our lives. The problems with the existing system of kiosk terminals, built on the campus of the University of Ruse "Angel Kanchev", its advantages and disadvantages are discussed in detail. Based on this analysis, the need for change in the established system is substantiated. The decision for updating the existing solution, the characteristics of the new system, how it is built and what components it consists of are described in detail.*

Key words: *Kiosk, Web application, Information, New technologies.*

REFERENCES

- Berry, L. L., Seiders, K., & Grewal, D. (2002). Understanding service convenience. *Journal of Marketing*, 66 (3), 1-17. <https://doi.org/10.1509/jmkg.66.3.1.18505>
- Frantz, S., Durlak, R. (1992). "Interactive computer kiosks for vertebrate Ipm—status report", *Proceedings of the Fifteenth Vertebrate Pest Conference*. URL: <https://digitalcommons.unl.edu/vpc15/29>, (Accessed on 28.05.2021).
- Interactive kiosk – open-source information. (2021) Wikipedia – the free encyclopedia, URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Interactive_kiosk. (Accessed on 16.04.2021).
- Ivanov, S., & Webster, C. (2017). Adoption of robots, artificial intelligence and service automation by travel, tourism and hospitality companies – a cost-benefit analysis. *International Scientific Conference “Contemporary tourism – traditions and innovations”*, Sofia.
- Kallweit, K., Spreer, P., & Toporowski, W. (2014). Why do customers use self-service information technologies in retail? The mediating effect of perceived service quality. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 21 (3), 268-276. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2014.02.002>
- Kiosk Bulgaria Ltd. (2021). Webpages „Applications“ & „Kiosks“. URL: <http://www.kioskbg.com/applications.htm>, (Accessed on 16.04.2021).
- PC Deployment over network using PXE environment. (2021). URL: <https://download.paragon-software.com/doc/PCDeployment.pdf> (Accessed on 28.05.2021).
- The World Bank, (2020), Automated Teller Machines (Atms) (Per 100,000 Adults), URL: https://data.worldbank.org/indicator/FB.ATM.TOTL.P5?name_desc=true&page=1, (Accessed on 28.05.2021).
- Ubuntu MATE for a retrospective future. (2021). URL: <https://ubuntu-mate.org/>. (Accessed on 28.05.2021).

⁹ This Report is presented on a Student Scientific Session on 28 May 2021 in “Informatics” section and nominated for publication in Compiled edition of Reports Awarded with “Best Paper“ Cristal Prize ’21, as a hard copy (ISBN 978-954-712-826-2) and on-line on the Conference Website (<http://conf.uni-ruse.bg/bg/?cmd=dPage&pid=bestPapers>).

V8 documentation. (2021). URL: <https://v8.dev/docs> (Accessed on 28.05.2021).

Ubuntu MATE for a retrospective future. (2021). URL: <https://ubuntu-mate.org/>. (Accessed on 26.05.2021).

CREATION OF ADVERTISING AND INFORMATION PACKAGE AND RESEARCH OF STRATEGIES FOR ATTRACTING STUDENTS¹⁰

Andrea Angelova – Student

Department of Informatics and information technologies,
University of Ruse
Phone: +359-879102219
E-mail: tdg77@abv.bg

Assoc. Prof. Valentina Voinohovska

Department of Informatics and information technologies,
University of Ruse
Phone: +359-882417830
E-mail: vvoinohovska@uni-ruse.bg

Abstract: *The aim of the paper is to create an advertising and information package to attract students to the Vidin branch of the University of Ruse. It will provide information on the specialties that are studied in the branch, the main areas in which students will be able to develop after completing each of the specialties in University of Ruse, photographic materials showing the environment in which the training takes place. The project will list and analyze the types of ads, software needed to produce advertising material (graphics, business cards, video), as well as the main difficulties in creating an advertising campaign. The advertising package itself will be presented together with information about its creation.*

Keywords: *Advertising, Information package, Graphics, Video*

ВЪВЕДЕНИЕ

Целта на доклада е описание на създаването на рекламно-информационен пакет с цел привличане на студенти към филиал Видин на Русенски университет (РУ), който ще предоставя информация за:

- Специалностите, които се изучават във филиала.
- Основните области, в които студентите ще могат да се развият след завършване на всяка една от специалностите в РУ.
- Фотографски материали, показващи средата, в която се провежда обучението.

Ще бъдат изброени и анализирани видовете реклами, софтуер, нужен за изработка на рекламен материал (графични изображения, визитки, видео), както и основните трудности при създаването на една рекламна кампания. Ще бъде представен и самият рекламен пакет заедно с информация за създаването му.

Маркетинговата кампания е стремеж за привличане на потенциални или съществуващи клиенти. Тя е част от цялостен маркетингов план, който се състои от усилията да се рекламира марката както онлайн, така и офлайн.

Съществува множество канали, използвани за предоставянето на ефективни резултати. Най-разпространените и използвани в днешно време канали са медиите и социалните мрежи. Чрез тях доставчикът на продукта или услугата поддържа връзка с купувача или клиента.

С все по-честото използване на Интернет и нови технологии, дигиталната реклама се оказва по-ефективна от стандартните. Популяризирането на продукти, марки и услуги, използвайки електронни устройства или Интернет, е известно като дигитален маркетинг.

Търговците, банките и държавните организации използват дигитален маркетинг, за да определят кои са техните клиенти и да разберат моделите им на пазаруване в реално време.

¹⁰ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.06.2021 г. в секция „Информатика“ с оригинално заглавие на български език: СЪЗДАВАНЕ НА РЕКЛАМНО-ИНФОРМАЦИОНЕН ПАКЕТ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА СТРАТЕГИИ ЗА ПРИВЛИЧАНЕ НА СТУДЕНТИ.

Банките инвестират все повече в мобилни платформи. Спортните организации използват дигитален маркетинг за увеличение на доходите, например, или продажба на билети за различни събития.

Днес почти всички висши учебни заведения използват цифровите технологии, за да достигнат до потенциалните си студенти.

ИЗЛОЖЕНИЕ

ПЛАНИРАНЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ НА РЕКЛАМНА КАМПАНИЯ

Основните етапи при провеждане на рекламна стратегия са:

- Определяне на целевата аудитория.
- Търсене на идеи за реклама.
- Разработка на рекламни материали.
- Формиране на канал за рекламната комуникация.
- Разпространение на рекламата.

Определяне на целевата аудитория

Целевата аудитория е тази група от хора, която е по-склонна да се възползва от предлаганата услуга. С помощта на маркетинга могат да се определят потребностите на целевата аудитория. За това се изисква умения за събиране, анализ и интерпретация на най-точен и пълен набор от данни и тестване на хипотези. За да работи безотказно механизмът за създаване и прилагане на маркетингова стратегия, е необходима добре координирана работа в екип от маркетинголози, разработчици, анализатори и ръководители на проекти.

Някои важни параметри при създаване на портрет на целевата аудитория:

- Възраст.
- Област на дейност.
- Лични интереси.

Само във Видин има 13 училища. За област Видин, те са 32.

Търсене на идеи за реклама

Когато се прави реклама, е необходимо да се разгледат вече съществуващи такива. Не с цел копиране на идеи, а по-скоро за да се проследи взаимодействието между рекламния пакет и неговата аудитория.

За да се привлече един студент към кампанията, е важно да се помислим какво впечатление ще остави предлаганата реклама и в какъв вид ще представи филиала и университета като цяло. Има няколко основни характеристики, на които може да се наблегне:

- **Добро първо впечатление**

Когато студентът за пръв път взаимодейства с рекламата и желае да получи повече информация, какво ще чуе отсреща? Когато за пръв път влезе в сградата на филиала, какво ще види? Ще бъде ли чисто? Ще бъде ли отношението към него приветливо?

- **Взаимодействие с училищата в града**

Може да се вземат предвид начините, по които може да се промотира дейността на университета в други учебни заведения: раздаване на брошури, съдържащи най-важната информация за обучението във филиала, организиране на събития, по време на които да се презентира дейността на филиала или дори публикуване на същата тази информация в училищните вестници.

- **Послание**

Фокусиране върху посланието, което ще остави рекламата. По какъв начин ще може да бъдат привлечени дори и най-колебаещите се студенти да обмислят записването си във Видинския филиал.

- **Реклама на най-добрите завършили студенти**

Споделяйки истории на студенти, които са придобили високи успехи както по време на обучението си в университета, така и в кариерното си развитие след това, би могло да мотивира повече кандидати да изберат именно този филиал.

Разработка на рекламни материали

Какво ще бъде най-необходимо при разработка на една реклама? Дори и най-креативният рекламен пакет не би могъл да има успех, ако в него не се предостави точна и ясна информация за продукта/услугата, която се промотира. Затова, първото нещо, което трябва да е пред нас е структурирана информация, която да бъде поднесена чрез пакета, а именно:

Текст

- Наличните специалности.
- Учебната среда.
- Местоположение на филиала.
- Информация за контакт, както на Видински филиал, така и на самия Русенски университет.
- Програми, от които филиалът е част (например: Еразъм).

Изображения

Реклама без придружаващи графични елементи (снимки, рисунки, картини, видео и т.н.) е почти невъзможно да бъде привлекателна. Те се възприемат по-бързо от текста и действат дори и на подсъзнанието. Каквото е настроението на рекламното изображение, такова ще възникне и у потребителя. Колкото по-автентично е едно изображение, толкова по-силно влияние ще окаже върху наблюдателя, а това са именно снимките и видеата.

Дизайн

Когато не се рекламира чисто нов продукт/услуга, трябва максимално да се съобрази със досегашния му дизайн. *Пример:* Преобладаващите цветове в сайта на Русенски университет са синьо и жълто. Редно е и цветовете, които се използват в рекламните материали да останат същите, без да се променя този изглед. Важно е да се знае, че възприемането на рекламата е психологически процес, който все още се изследва от рекламодателите.

Някои важни принципи, които да се спазват при разработката на материалите:

- Първо впечатление прави изображението, а след него – заглавието и текста. Затова, най-подходящата позиция на заглавието е над снимката, а на текста – под нея.
- Шрифтът да бъде формален, тъй като ще се рекламира образователна организация, и да е лесен за възприемане.
- Количеството на думите, написани само с главни букви, да е минимално. Наличието на твърде много такива би било уморително за този, който чете.
- Изображението да заема по-голяма част от пространството, отколкото текста.

Формиране на канал за рекламната комуникация

Най-популярните рекламни канали са :

Реклама в пресата

Пресата е една от медиите, насочени към широката аудитория. Във вестниците и списанията рекламите могат да бъдат под формата на:

- изображение с надпис, което заема или малка част или цялата страница;
- кратък текст или цяла статия, описващи рекламирания продукт/услуга.

Рекламата в пресата може да бъде повлияна от различни обстоятелства, като например целевата аудитория; региона, в който се разпространява; времеви интервал, на който се публикуват новите издания; страницата, на която се намира съответната реклама.

Тъй като студентската кампания е насочена най-вече към млади хора, в пресата тя не би достигнала достатъчен брой потенциални студенти. Въпреки че в Интернет вече има и онлайн вестници и списания, като например сайта www.vestnicibg.com, по-предпочитаната медия сред тийнейджърите и въобще младото поколение, си остава социалната мрежа.

Телевизия

Заради звука и движението, рекламата по телевизията оказва вече по-силно влияние върху съзнанието на човек. Гледайки телевизия, човек изпитва различни емоции, като радост, страдание, съчувствие, недоволство, напрежение.

Променящите се динамично изображения привличат зрителя. Но как една телевизионна реклама афектира съзнанието? Обяснението за това е начините, по които възприемаме информация. Ние хората използваме зрението и слуха си за това.

Една от основните цели на рекламодателя е да подобри начина, по който ще се визуализира рекламата – какви думи ще използва, каква музика, какви цветове и т.н. Едни от най-запомнящите се реклами по телевизията са тези, които показват ситуации от ежедневието на широката аудитория: зрителят вижда в тази реклама проблем от ежедневието + решението му, т.е. съответният рекламиран продукт.

Радио

Най-често в рекламата по радиото се дава информация, че даден продукт/услуга е наличен вече на пазара. При нея най-силният ефект се постига чрез звуковите ефекти. А това, че при радиото няма картина, може да е както недостатък, така и предимство:

- Недостатък е, защото чрез липсата на картина се губи още един начин, по който може да се въздейства на потребителя.
- Предимство е, защото потребителят ще бъде един слушател, който ще се концентрира само върху звука, без да се обърква и от картина.

Външна/крайпътна реклама

Това са имената на фирми и стоки, които виждаме под формата на крайпътни табели, надписи по фасади, рекламни фолио върху автомобили, надписи и изображение на стадиони (Arena Marketing).

Видът на повечето от тези реклами е от типа “само името на фирмата”, “име на фирма + лозунг”, “име на фирма + изображение, показващо продукта” или всички атрибути дотук изброени, взети заедно.

Особено впечатляващи са фасадните реклами, покриващи частично или напълно високите сгради. Пример за това е столицата на Сърбия - Београд, по-точно пътят, който е част от E70: там голяма част от фасадите на сградите от страни на пътя са покрити с рекламни облицовки, а над една от сградите, която се намира много по-далеч от пътя, е поставен 3D рекламен надпис с логото на Huawei, изработен чрез обемни букви.

Пощенска реклама

Под реклама по пощата се има предвид най-вече изпращането на каталози, листовки, покани за посещения на щандовете на разни организации при дадено събитие като панаир или изложба, и др.

Дипляни и листовки

Диплянките и листовките са вид на печатна реклама. При тях е особено важно да се наблегне на качеството на хартията, използваните шрифтове, цветове и въобще цялата подредба на текст и изображения по професионален начин, защото от всичко това може да повлияе на мнението, което ще си изгради потребителя за рекламирания продукт/услуга или въобще за компанията/организацията като цяло.

Интернет реклама

Това е рекламата в в уеб сайтовете и социалните мрежи. В това понятие се включва и рекламата по електронната поща. Най-честите форми, под които се рекламират услуги и продукти в Интернет са:

- Реклама в социалните мрежи.
- Реклама в машина за търсене (Гугъл, Бинг, др.)
- Реклама в приложение или игра - в игрите може да има два вида реклами - тези, които прекъсват самата игра или приложение, за да се покажат и тези, които съществуват в самата игра – това може да бъде марката на дрехите, които главният герой носи, табели на местата, които посещата, или марките на колите, които се управляват в нея.
- Реклама по електронната поща.
- Банери.
- PPC (Pay Per Click) реклами - при тях броят на кликанията определя цената на рекламната кампания.

- Статия, изцяло посветена на даден продукт.
- Видео реклами.
- Изскачащ прозорец.

Цели на кампанията

Главната цел на студентската кампания е:

- да привлече внимание;
- да привлече хора, които да се запишат да учат в университета;
- да им даде ясна представа за кариерите, които могат да развият, придобивайки нови умения по време на обучението си;
- да изгради осведомеността за Видинския филиал на Русенски университет.

Рекламна стратегия

Част от рекламната стратегия на кампанията са:

- Разработка на рекламни материали (видео и печатни).
- Събиране и показване на позитивните отзиви от бивши или сегашни студенти в университета, което да стимулира потенциалните такива.

СЪЗДАВАНЕ НА ИНФОРМАЦИОННО-РЕКЛАМЕН ПАКЕТ

Информационната реклама е вид реклама, която използва телевизия, интернет или друга медия, за да информира потребителите за продукт, поредица от продукти или услуги под формата на програма, брошура, плакат или видео. Този пакет е по-информативен от стандартна реклама, затова, ако се представя във видео формат, времетраенето му е по-дълго.

Средствата, необходими за информационно-рекламния пакет, обикновено са:

- Информацията, която ще се представи.
- Медийни ресурси (видео, изображения, музика).
- Софтуер за обработка на графичните елементи (видео или изображения) – специално за рекламния клип – софтуер, с който да се сглоби графичната и звуковата част на клипа в един файл.

Софтуерните средства за създаване на информационно-рекламния пакет

Софтуерните средства, които може да се използват за създаване на информационно-рекламния пакет са:

За обработка на графична информация:

- Adobe Photoshop – една най-популярните програми за обработка на растерна графика и ретуширане.
- CorelDRAW – софтуер на Corel Corporation за графично 2D проектиране. Използва се най-вече от дизайнери на продукти, за печатни реклами, архитектурни оформления и проектиране, и скициране.
- Corel Painter - друг софтуер на Corel Corporation за рисуване на растерна графика с разнообразни четки и артистични инструменти. Предназначен е за професионални дигитални илюстратори.
- Affinity Designer – софтуер за векторна графика, използван от професионални художници и дизайнери за брандиране, UI design, уеб дизайн, икони, печатни реклами и проекти, илюстрации, макети и др.

За видео обработка:

- Adobe Premiere Pro – софтуер за обработка на видео в реално време. Може да се използва за основните задачи при видеообработка: импортиране и експортиране на аудио, изображения и видео, прилагане на филтри и текстови ефекти. Софтуерът е използван най-вече от фирми, които се занимават с новини, маркетинг, дизайн и видеопродукция.
- Adobe After Effects – използва се за създаване на кинематографични заглавия, интродукции, анимации и преходи, премахване на обект от клип, добавяне на реалистични ефекти на огън или дъжд, анимиране на лого или персонаж, навигиране

и създаване на дизайни в 3D пространство. С After Effects се налага като стандарт, във видео бранша, софтуер за анимирана графика и визуални ефекти.

- Vegas Pro – софтуерен пакет за видеоредактиране, първоначално публикуван от Sonic Foundry, след това от Sony Creative Software и сега от Magix.
- Final Cut Pro X – професионален софтуер за нелинейна видеообработка. Използва се от професионалисти в различни области като студия за новини, режисура и продукция на музикални видеоклипове.

За създаване и обработка на звук:

- FL Studio – среда за създаване, миксиране и обработка на звук, обявена за пръв път през 1997 г. с първоначалното си име Fruity Loops. Състои се от секвенсор (sequencer), върху който се въвеждат ноти, които да образуват мелодия. С FL Studio може да се изгради цялостна музикална продукция, използвайки само компютър. Има възможност да се използват и допълнителни компоненти, като MIDI клавиатура или устройства с човешки интерфейс (Human Interface Devices) за контролиране на аудио станцията. Този тип програми се наричат Digital Audio Workstation (DAW). DAW представлява устройство или софтуер за записване, произвеждане и редактиране на аудио файлове.
- Cubase. – среда за музикална обработка, предлагаща инструменти за различни музикални жанрове, запис, редакция и миксиране на аудио. Също така, на различните етапи от творческия процес, програмата гарантира професионално студийно качество на звука. Оригиналната версия, излязла през 1989 г. била само MIDI секвенсер.
- Bandlab – музикална платформа, която позволява създаване и споделяне на музика. Услугата се предоставя напълно безплатно. В нея има вградено приложение с инструменти за създаване на песни, като MIDI инструменти и приставки, свързващи реални музикални инструменти със самото приложение.

Мобилни приложения, подходящи за създаване на рекламни материали:

- Alight Motion – приложение за професионален Motion Design. С Alight Motion може да се създават анимации, графики и визуални ефекти с професионално качество. Едни от най-важните предимства, които го отличават са възможността движението на анимацията да се контролира чрез графичен редактор на ключовите кадри – функция, присъща на много професионални програми за видеообработка, като After Effects, например и това, че предлага 3D ефекти.
- Adobe Spark Post – приложение с цел подсилване на публикации. С него може лесно да се персонализират анимации и графики, включително и демонстрации на продукти. Потребителят освен собствен дизайн, може да избира измежду 30000 шаблона, разделени в отделни категории. Предимство е, че не се изискват професионални умения за графичен дизайн.

Краен резултат от процеса на създаване на рекламния пакет

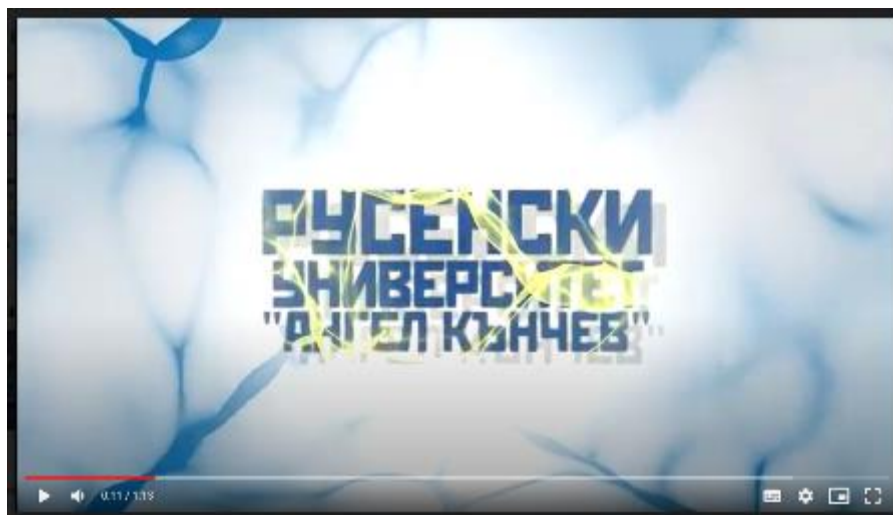
Брошура

Брошурата е маркетингов инструмент, представляващ разпечатка, която рекламира даден продукт или услуга; или която разпространява конкретна информация. Раздава се лично, по пощата или се оставя на места, от които хората сами могат да си ги взимат.

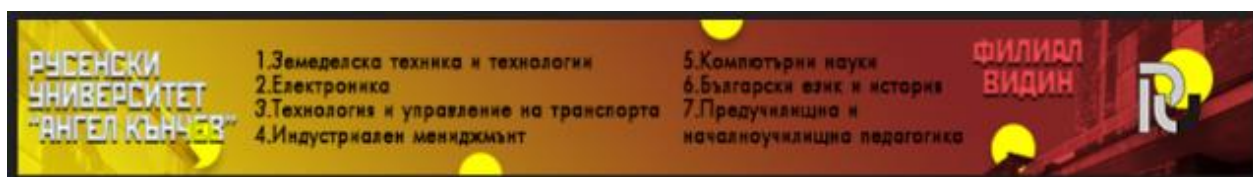
Според начина на сгъване, брошурите могат да бъдат двойно сгъваема, тройно сгъваема или т.нар. Z-fold брошура, която придобива формата на буквата „Z“ при сгъването си.



Фиг. 1. Рекламна брошура на филиал Видин



Фиг. 2. Екран от създадения рекламен видео клип на филиал Видин



Фиг. 3. Екран от създадения рекламен банер на филиал Видин

Настоящият доклад е оформен на основа на зададен дипломен проект, който до момента на разработване не е напълно финализиран.

ИЗВОДИ

Маркетинговата кампания е стремеж за привличане на потенциални или съществуващи клиенти. Тя е част от цялостен маркетингов план, който се състои от усилията да се рекламира марката както онлайн, така и офлайн. Във всяка ефективна индустрия разработката на рекламни материали е метод често участващ в корпоративната стратегия. Използването на специфични техники за промотиране, уникални за организацията, често е един от най-успешните подходи за привличане на потенциални клиенти.

REFERENCES

Анастасова, Л. (2008). *Маркетинг на взаимовръзките. Концептуална основа и практика*, изд. ЕКС-ПРЕС.

Блаунт, Д. (2020). *Проучване на пазара*, изд. АлексСофт.

Постаджиян, К. (2018). *Похвати за изграждане на потребителска ангажираност в рекламата*, изд. Нов Български Университет.

Фъркова, Г. (2018). *Езикът на рекламния слоган*, изд. ФънТези.

Щерев, Н. (2019). *Лидерство на маркетинга*, изд. УНСС.

<https://www.adobe.com/bg/>, посетен през 2021 г.

<https://www.applegraphicstudio.com/> посетен през 2021 г.

<https://www.pinterest.com/pin/577375614708351949> посетен през 2021 г.

<https://www.vandelaydesign.com/> посетен през 2021 г.

<https://www.canva.com/>, посетен през 2021 г.

WEB-BASED SYSTEM FOR FOLK DANCE STUDIO "ZORA"¹¹

Kristina Stefanova – Masters Student

Department of Informatics and Information Technologies,

University of Ruse

Phone: 0878-848-003

E-mail: kristinal.stefanova@gmail.com

Ivan Stefanov – Masters Student

Department of Informatics and Information Technologies,

University of Ruse

Phone: 0877-108-303

E-mail: ivan.stefanov94@yahoo.com

Assoc. Prof. Galina Atanasova, PhD

Department of Informatics and Information Technologies,

University of Ruse

Phone: 082-888-326

E-mail: gatanasova@uni-ruse.bg

***Abstract:** The paper reviews the creation process of a Web-based system to serve the needs of Zora Folk Dance Studio, as the essential goal of the system will be to save time, effort and facilitate communication and organizational process in the composition. The article gives an analysis of existing solutions. There are presented the users' groups and their designed functionalities. The user interface is described in detail. The benefits of using the developed system are summarized, as well as the opportunities for future development.*

***Keywords:** Web-based system, Zora Folk Dance Studio, user interface*

ВЪВЕДЕНИЕ

Не можем да си представим света без удобството на интернет за споделяне на информация, за общуване, за пазаруване, за развлечения, за работа и много други неща. В днешно време сме заобиколени от Web базирани системи на всякаква тематика и с множество различни функции. Напълно очаквано, следва те да се внедрят и в сферата на фолклорното танцово изкуство, като целта е да се улеснят много от организационните процеси в съставите.

Фолклорът е неизменна съпътстваща част от живота на българите. Той предизвиква възхищение със своето разнообразие, пъстрота и настроение в рамките на България и по света, но зад красотата на сцената и наградите се крие много усърдие, труд и организация. Те остават невидими за публиката, но са ежедневие за танцьорите и ръководителите в съставите и ансамблите. Предмет на настоящата дипломна работа е създаването на Web базирана система, която да обслужва нуждите на Фолклорна танцова студия „Зора“, като главна цел на системата ще е да спестява време, усилия и да улеснява комуникацията и организационния процес в състава.

ФТС (фолклорна танцова студия) „Зора“ се състои от танцьори, които са деца и младежи на различна възраст. В момента всички належащи въпроси се обсъждат в края на всяка репетиция и на място се съобщават деня и часа на следващата или предстоящите участия. Така, ако се пропусне една репетиция, после много трудно може да се върне синхрона в състава. Носиите се раздават на танцьорите преди концерт и се връщат на ръководителя в друг уговорен ден и час. Това прави много трудна задачата да се следи в кой танцьор какви костюми

¹¹ Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.06.2021 г. в секция „Информатика“ с оригинално заглавие на български език: УЕБ БАЗИРАНА СИСТЕМА ЗА ФОЛКЛОРНО ТАНЦОВО СТУДИО „ЗОРА“.

има и дали е върнал всички. Аудиторията също не получава информация за всички предстоящи събития на ФТС „Зора“. Оповестяват се събития, на които ФТС „Зора“ са домакини, но не и такива, на които са гости.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Съществуващи решения и нуждите на ФТС „Зора“

При направени проучвания относно приложения с подобна целева ориентираност, се установи, че липсва функционален аналог. Най-близки решения до търсеното са следните: Bandarenacer.com - Web-базирано приложение, което е с информативен характер за конкретен танцов състав, Bti.bg - информационен портал на Фондацията за българско танцово изкуство (Folklore dance panorama, 2021), Artbf.com - каталог за фолкрони състави, певци, хорове и др. (Catalog for folk songs, 2021). Разгледаните сайтове са изключително различни по между си и като основна цел и като предлагани функционалности. В таблица 1 са представени предимствата и недостатъците им, като са сравнени техните функционалности.

Сайт	Възможност за запитвания	Възможност за регистрация/вход	Категория с новини	Галерия със снимки/видео	Опция за търсене
bandarenacer.com	+	-	-	+	-
bti.bg	-	-	+	-	+
artbf.com	-	+	-	-	-

Таблица 1. Сравнителна таблица, представяща възможностите на разгледаните сайтове

Нуждите на ФТС „Зора“

В момента организационните дейности в състава се случват бавно. Ръководителят трябва да следи дали се променя информацията за танцьорите в реалния живот и, ако е така, да я актуализира в списъците на състава. Той трябва да следи дали в даден танцьор има носии, ако да, какви са те и да запише тази информация. Танцьорите трябва да помнят предстоящите участия и нямат възможност да проверяват предстоящия график с участия. Всички любители на фолклора нямат достъп до информация за предстоящите изяви на състава. Липсва обратна връзка с аудиторията. Въз основа на направените проучвания могат да се обобщят нуждите на ФТС „Зора“

- ❖ да се улесни актуализирането на информация за танцьори;
- ❖ да се улесни извличането на справки за танцьори и костюми от страна на ръководителя;
- ❖ да се улесни достъпа до информация на танцьорите за провеждането на репетиции и предстоящи участия;
- ❖ да се улесни достъпа до информация на аудиторията за предстоящи събития или други новини;
- ❖ да се улесни обратната връзка с аудиторията.

Основните цели на web базираната система за покриване на нуждите на ФТС „Зора“ са:

- ❖ да улеснява организационните и административните дейности в състава, извършвани от ръководителя;
- ❖ да подобри комуникацията между ръководителя и танцьорите;
- ❖ да предостави достъп до информация на потребителите.

След обобщаването на нуждите на ФТС „Зора“, поставянето на основните цели към системата и извършването на проучвания се установи, че липсва функционален аналог. В момента няма web базирана система, която да предлага решение на повечето от поставените задачи. При разработването на web базираната система ще бъде обърнато внимание на положителните и отрицателните страни на вече разгледаните системи.

Архитектурен модел

Архитектурния модел МОДЕЛ-ИЗГЛЕД-КОНТРОЛЕР (MVC) налага разделение между „бизнес логиката“ от въвеждането и презентационната логика свързана с графичния потребителски интерфейс. MVC модела разделя приложението на три логически компонента: модел, изглед и контролер (Фиг. 1). Всеки един от тези компоненти е създаден да се справя със специфични аспекти от разработката на приложението. MVC платформите са едни от най-често използваните за създаване на разширяващи се проекти.



Фиг. 1. Принцип на работата на MVC модела.

Функционален модел и проектиране на интерфейса

Важно е да се създаде интуитивен интерфейс, който да не изисква от потребителите специално обучение. Дизайнът трябва да е минимално натоварващ зрението, за да могат потребителите спокойно да използват системата за по-дълги часови периоди. „За да се обобща, използваемостта обикновено се счита за гарантиране, че интерактивните продукти са лесни за научаване, ефективни за използване и приятни от гледна точка на потребителя“ (Rogers, Y. Sharp H., Preese J., 2011). За тази цел най-добре ще е класическият вариант фонът да е бял, а текстът – черен. Дизайнът също трябва да бъде и тематичен, това ще се постигне със семпла декорация от шевици в черно и червено. Всички потребители ще виждат само страниците и функционалностите, до които имат достъп.

Web-базираната система ще има три вида потребители:

- ❖ нерегистрирани;
- ❖ регистрирани;
- ❖ администратор/и.

Нерегистрираните потребители са хора, които не са част от състава. Регистрираните потребители са танцьори. Администраторът е ръководителят на състава.

Нерегистрираните потребители могат да:

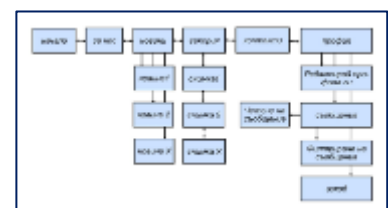
- ❖ четат новини;
- ❖ разглеждат галерия;
- ❖ правят запитвания, чрез форма за контакти;
- ❖ да прочетат историята на състава.



Фиг. 2. Видими страници за нерегистрирани потребители

Регистрираните потребители имат достъп до изброените по-горе функционалности, достъпни за нерегистрираните потребители, и до следните:

- ❖ да актуализират своята лична информация;
- ❖ да четат съобщения, публикувани от администратора;
- ❖ да филтрират съобщения.



Фиг. 3. Видими страници за регистрирани потребители

Администраторът има достъп до всички изброени до момента функционалности и следните:

- ❖ да качва снимки в галерията;

- ❖ да изтрива снимки от галерията;
- ❖ да активира регистрации;
- ❖ да променя състоянието на регистрациите в „неактивно“;
- ❖ да публикува новини;
- ❖ да редактира новини;
- ❖ да трие новини;
- ❖ да публикува съобщения;
- ❖ да редактира съобщения;
- ❖ да изтрива съобщения;
- ❖ да търси в базата данни конкретни потребители или такива, отговарящи на дадено условие;
- ❖ да променя данни за потребители;
- ❖ да прави други потребители администратори.



Фиг. 4. Видими страници за администратора

Описание на Web-базирана система за нуждите на Фолклорно танцово студио „Зора“

За реализация е използвана платформата Laravel, която обединява езиците JavaScript, HTML, CSS, PHP и позволява лесно и бързо тяхното използване, затова е подходяща за разработването на текущото уеб базирано приложение. Laravel се счита за „пълно оборудвана“ платформа, защото тя се занимава с всичко от уеб обслужване до управление на база данни и HTML генериране. Вертикално интегрираната уеб среда за разработка може да осигури по-добра практика за разработчика. Типичният разработчик взаимодейства с Laravel през помощен команден ред, който генерира и управлява средата на Laravel проекта. Laravel върви с инструмент към командния ред наречен Artisan, който може да се използва за генериране на код обвивка. Също така Artisan манипулира с всичко, от миграции на базата данни до управление на конфигурацията. Laravel свързва моделите на данни и таблиците от базата данни като обръща редовете на таблицата в PHP обекти, които могат да бъдат лесно манипулирани. Също така ви позволява да налагате бизнес правила, да описвате взаимоотношенията между различните модели на данни във вашето приложение и т.н.

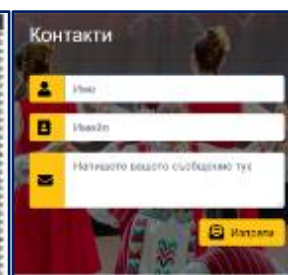
На фигура 5 е представена началната страница на системата. В най-горния край е разположена лента с навигация към следните страници: **новини, за нас, контакти, галерия, вход и регистрация.**



Фиг. 5. Начало



Фиг. 6. За нас



Фиг. 7. Контакти

На фигура 6 е показана страницата За нас. В най-горния край е разположена лента с навигация, която е идентична с тази в началната страница и присъства във всички страници на системата. Логото, което се намира в левия край на лентата, е линк към началната страница. Информацията е визуализирана в четири картички всяка от които съдържа текст и снимка. На фигура 7 е представена формата за контакти. Чрез нея всички потребители могат да правят запитвания.



Фиг. 8. Галерия



Фиг. 9. Снимка



Фиг. 10. Качване и изтриване на снимки в галерия

На фигура 8 е представена галерията. Снимките са подредени в колони, като всяка е в умален размер. Потребителят има възможност да разглежда снимките последователно и в пълен размер. Като кликне върху избрана снимка, тя се отваря в пълен размер (Фиг. 9). Чрез стрелки потребителят има възможност да преминава към следваща или предходна. Чрез натискане на хикса в горен десен ъгъл се затваря снимката. На фигура 10 е представена страницата Качване и изтриване на снимки в галерия. Тя е достъпна само за администратора. Чрез нея той управлява съдържанието на галерията.



Фиг. 11. Новини



Фиг. 12. Новина



Фиг. 13. Обработка на нов.



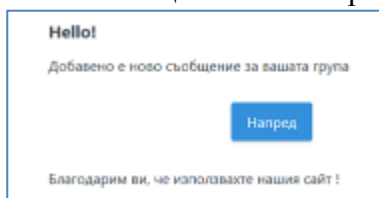
Фиг. 14. Създаване на нов.

На фигура 11 са представени новините. Те са достъпни за всички потребители. Новините са подредени в три колони, като картички. Най-новата новина застана най-отгоре. Една страница съдържа шест новини. Всяка картичка съдържа снимка, заглавие, дата и бутон покажи. След като бутонът бъде натиснат, се преминава към страница, която показва цялото съдържание на новината (Фиг. 12). На фигура 13 е показана страница, която е достъпна само за администратора. На нея той вижда всички новини и може да ги редактира или премахва. В горен десен ъгъл се намира бутон създаване на новина, който води до страницата Създаване на новина, която е показана на фигура 14. Тя е достъпна само за администратора. Чрез нея той създава нови новини, като всяка новина съдържа снимка, заглавие, съдържание и дата. Администраторът има възможност да коригира съдържанието на новините. Това е показано на фигура 15.

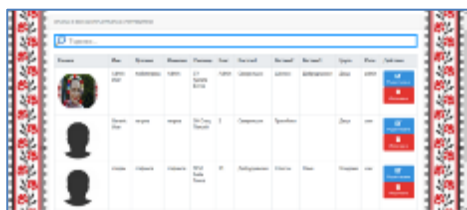


Фиг. 15. Редактиране на новина

Съобщенията се обработват аналогично от администратора. Като разликата от новините е, че съобщенията са видими само за регистрирани потребители с активен профил. Съобщенията могат да се отнасят за определена група танцьори – деца или младежи. При публикуването на ново съобщение се изпраща автоматичен имейл (Фиг. 16) до потребителите от съответната група.



Фиг. 16. Автоматичен имейл.



Фиг. 17. обработка на потребители.

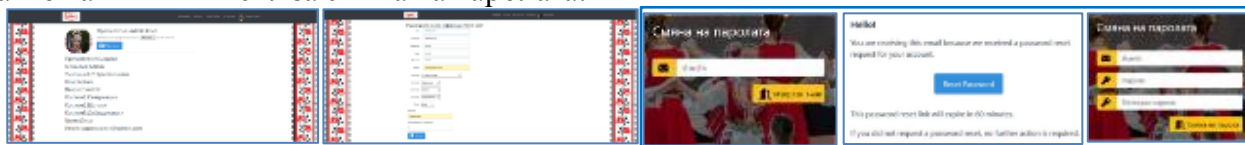


Фиг. 18. Задаване на роля



Фиг. 19. Активиране на профили.

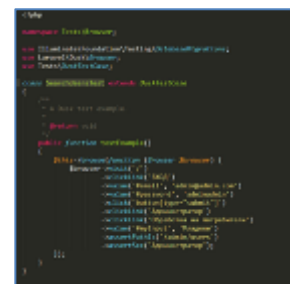
На фигура 17 е показана страницата обработка на потребители. Тя е достъпна само за администратори. Най-отгоре е разположена търсачка, тя намира конкретен потребител или потребители, отговарящи на даден критерии. Администраторът може да редактира и трие потребителски акаунти. Администраторът не може да вижда и сменя паролата на потребителите. Той може да им задава роля и да им даде администраторски права (Фиг. 18). Администраторът има възможност да активира и деактивира профили на регистрирани потребители. Възможност за вход в системата имат само потребителите с активен профил. (Фиг. 19). На фигури 20 и 21 е показана личната информация на даден потребител и възможността за редактирането ѝ. На фигура 22 е показана опцията за смяна на парола и автоматичния имейл за смяна на паролата.



Фиг. 20. Лична информация. Фиг. 21. Редактиране Фиг. 22 Смяна на парола и автоматичен имейл.

В системата е заложена валидация на данните при вход и всички други форми, съобщения при некоректни данни и защита на страниците. Тестовите, които са направени са по метода на черната кутия. Използвана е вградената функционалност на Laravel наречена Dusk за тестване чрез браузър. Браузърът, който използва тази функционалност е Google Chrome. При написване на командата `php artisan dusk` в конзолата, се извършват всички дефинирани тестове. Всеки отделен тест отваря и затваря браузъра при приключване на теста. На фигура 23 е показан един от тестовете. Той е с име `SearchUsersTest` и проверява наличието на потребители, които са в група младежи, като изпълнява следните стъпки:

- ❖ влиза в началната страница;
- ❖ кликва на линка **вход**;
- ❖ на полето **имейл** задава стойност **admin@admin.com**
- ❖ на полето **парола** - **adminadmin**
- ❖ кликва бутона **submit**
- ❖ кликва на линка **администратор**;
- ❖ кликва на линка **обработка на потребители**;
- ❖ задава стойност **младежи** в търсачката;
- ❖ проверява адреса на страницата;
- ❖ проверява за резултат администратор (администратора е от група младежи).



Фиг. 23. SearchUsersTest

ИЗВОДИ

Web базираната система дава възможност на танцьорите за достъп до информация за репетиции и участия по всяко време и възможност за по-лесна организация от страна на ръководителя за правене на справки и списъци. По този начин много от дейностите свързани с администрация и комуникация се забързват. Аудиторията също има възможност за достъп до информация за предстоящи събития, историята на състава и други новини, свързани с него.

REFERENCES

- Catalog for folk songs. (2021) URL: <http://www.artbf.com/default.php>, Accessed on 16.05.2021).
- Folklore dance panorama. (2021) URL: <https://www.bti.bg/> (Accessed on 16.05.2021).
- Rogers, Y. Sharp H., Preece J. (2011) Interaction Design (beyond human-computer interaction), Wiley.

CREATING A PROTOTYPE OF TOUCHLESS VENDING MACHINE¹²

Yordan Ganev – Student

Department of Informatics and Information technologies,
University of Ruse
Phone: 0878-114-533
E-mail: s196272@stud.uni-ruse.bg

Simeon Baltadzhiev – Student

Department of Computer System and Technologies Department,
University of Ruse
Phone: 0887-012-106
E-mail: s193030@stud.uni-ruse.bg

Pr. Assist. Kamelia Shoilekova, PhD

Department of Informatics and Information technologies,
University of Ruse
Phone: 0887-859-224
E-mail: kshoilekova@uni-ruse.bg

***Abstract:** Prototype showcasing touchless vending machine utilizing simple user panel, server session control and external online payment system. Prototype system is based on the MQTT protocol and showcases wireless communication system for device control that could be used in manufacturing and everyday life*

***Keywords:** Vending machine, server, session, online payment*

ВЪВЕДЕНИЕ

Система, която представлява решение за безжична комуникация за управление на устройства, които се използват както в промишлеността, така и във всекидневния живот на човека. Системата се базира на протокола - MQTT и позволява лесно скалиране, паралелно обработване и изпълняване на команди от компонентите в системата.

Вендинг машината е уникална, с това че работи с електронно плащане и пазаруването се извършва без физически допир до машината. Изпълнението на поръчката се следи от сензори. В случай, че машината е в неизправност, е възможно възстановяване на сумата.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Прототип на вендинг машината

1. Архитектура **а. Брокер**

Брокерът предоставя ефективен начин за безжичен обмен на данни между неговите клиенти, представляващи модулите в системата. Той се грижи за надеждността на съобщенията, които се публикуват в различни теми. Те позволяват на клиентите да намалят значително обема на данните, след като предварително са се синхронизирали помежду си къде и каква информация ще се предава и кой може да я изпраща. При връзка клиентът може да поиска статусът му да бъде следен от брокера и съответно при неактивност брокерът да сигнализира в дадена тема неговото отсъствие. Публикуването и следенето на съобщения в темите на брокера се извършва със защитен достъп чрез потребител и парола. В случай, че се

¹² Докладът е представен на студентската научна сесия на 28.06.2021 г. в секция „Информатика“ с оригинално заглавие на български език: СЪЗДАВАНЕ НА ПРОТОТИПНА ВЕНДИНГ МАШИНА.

опитите да се свържете с грешни данни за идентификация, то връзката ще бъде отказана (фиг. 1).

```
yordan@yordan-ThinkPad-T460s:~$ mosquito_sub -t secrettopic -h 192.168.0.180
Connection error: Connection Refused: not authorised.
```

Фиг. 1. Опит за свързване с грешни данни за оторизация

в. Сървър

Сървърът служи за посредник между модулите в системата, разпределя и разрешава достъп до данни. Генерира ключ за сесия. Сесията дава възможност за достъп до потребителския панел и позволява работа със системата. Всяка сесия има продължителност 5 минути - време за поръчка и плащане. Сървърът следи както за изтичане на сесия, в случай, че е била достъпена, така и за аварийни ситуации с устройства и изключва потребителския панел при наличие на неизправност. Потвърждава електронното плащане.

с. Потребителски панел

Потребителският панел представлява сайт достъпен с уникален токен генериран от сървъра. Сесията на сайта има продължителност 5 минути. За да използва устройство и за да достъпи потребителския панел, потребителят е нужно да сканира QR код от дисплея на устройството. Потребителят сканира кода на неговия телефон или таблет, като на някои модели камерата разпознава QR код автоматично, а на други е нужно приложение за сканиране на QR код. Съдържанието на QR кодът е хипервръзка към сайта за пазаруване с уникален белег за идентификация. Този белег дава права на достъп на потребителя, като осигурява сигурност за потребителя и системата.



Фиг. 2. Поръчка

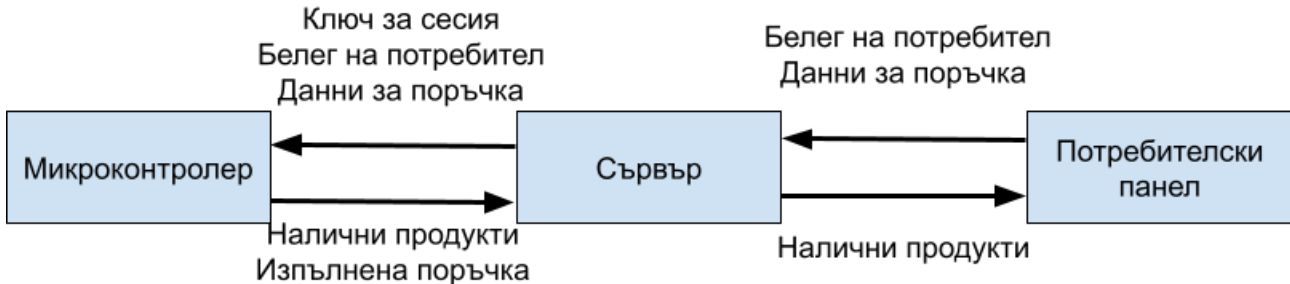
Сайтът е функционално зависим от сървъра и застрахова потребителя от невалидна поръчка. Защитава и машината от поръчка на потребител, който физически не е при нея. Потребителският панел зарежда само, ако е отворен с правилния линк, в противен случай страницата няма да зареди. Ако сесията е заредена и времето за поръчка е изтекло, няма да се стигне до плащане. От потребителския панел потребителят може да избере продуктите, които желае да закупи (фиг. 2). След това е необходимо потребителят да потвърди своя избор и да извърши плащане. В този момент сървърът изпраща команда към микроконтролера на машината, след което поръчката на потребителя се изпълнява физически.

d. Устройство

Управлението на устройството е разделено на три модула - изпълнителен, комуникационен и конфигурационен панел. Микроконтролерът извършва дейността едновременно на изпълнителния и комуникационния модул.

Конфигурационният панел представлява програмируем дисплей с тъч скрийн свързващ се с микроконтролера чрез серийна комуникация. Снимките, шрифтове, страниците, обектите и техните функционалности се програмират предварително, а съдържанието може да се попълни чрез серийна комуникация. За визуализация на данните на дисплея се използва протокола на дисплея. Така например се изпраща получения ключ за сесия до QR обект на дисплея. За данните свързани с работата на устройството се използва прост протокол, създаден от нас, който е съставен от стартов сигнал, команда и сигнал за край. Като самите данни се пакетират след командата и дължината им зависи от нея. При зареждане на продукти, техникът може да достъпи панел за конфигуриране чрез въвеждане на парола и да зададе новата наличност или да промени цената на продукт. Съответно дисплея изпраща нужните пакети с данни до микроконтролера. Вендинг машината следи собствената си наличност като при изпълнение на поръчка обновява данните и ги записва в енергонезависима памет на микроконтролера.

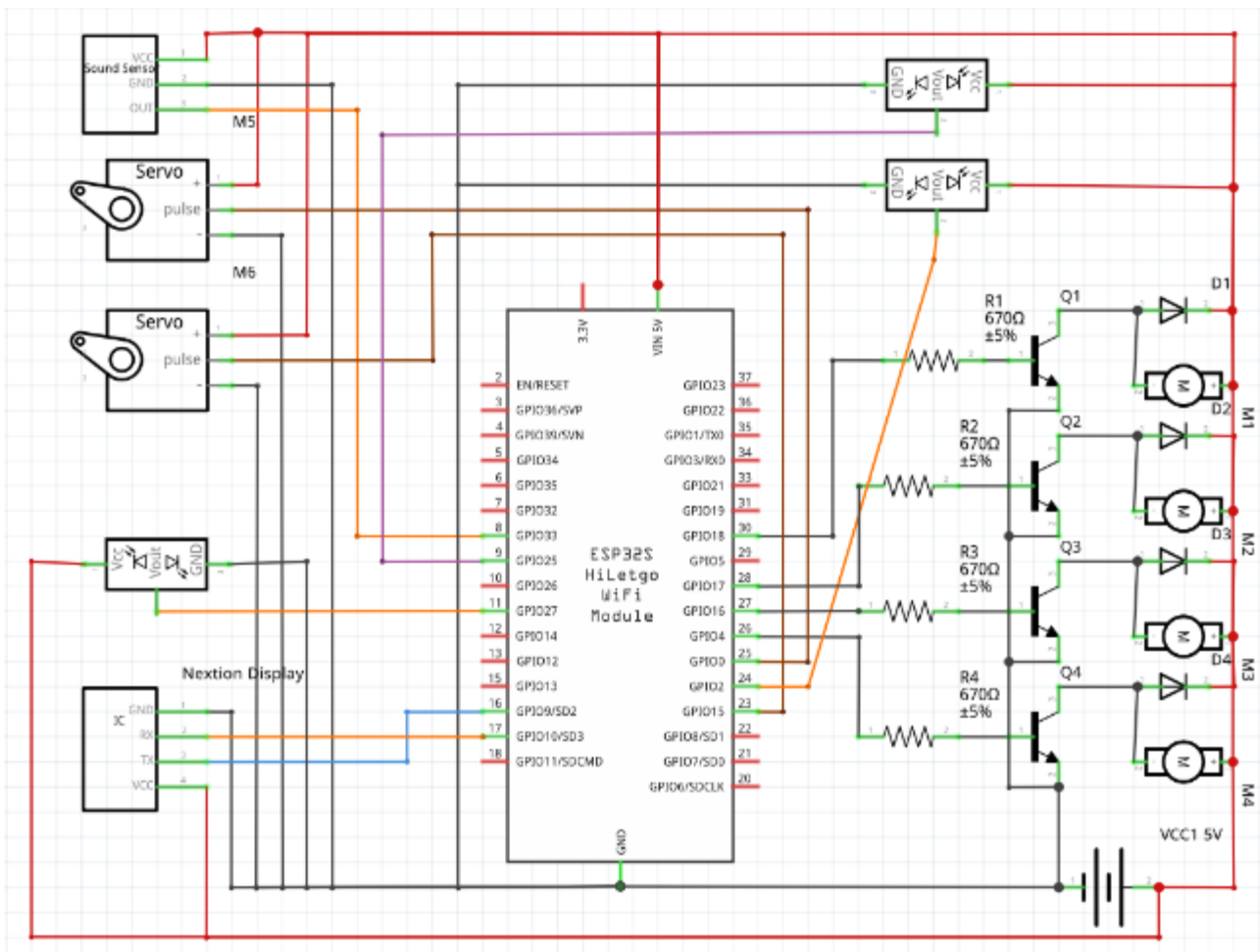
Комуникационният модул се грижи за свързаността на машината с другите елементи в системата. Реализира това чрез поддържане на WiFi връзка и MQTT клиент. При зареждане на потребителския панел, получава идентификатор за сегашния потребител, изпратен от сървъра. Машината от своя страна изпраща към сървъра наличното количество на всеки артикул и неговата цена. В последствие чака поръчка конкретно от този потребител. След потвърждение на поръчката сървърът я изпраща към устройството. В данните за поръчката е и идентификаторът за потребителя. Машината изпълнява поръчката само, ако има съвпадение на идентификатора за потребител.



Фиг. 3. Поток на данни в системата

Изпълнителният модул се състои от падащ и спусков механизъм, които се навигират от набор от сензори. Отговаря за процесите при осъществяване на поръчка.

За въртене на спиралите с продукти на падащия механизъм използваме безконечни серво мотори. Падане на предмет се засича от два инфраред сензора за дистанция - един за всеки ред продукти и допълнително сензор за звук, настроен на много ниска чувствителност, закрепен на плоскостта на спусковия механизъм. С друг дигитален инфраред сензор се засича готовност на потребителя да получи продукта. Плоскостта лежи на релси и две зъбни рейки. Два серво мотора със зъбни колела дърпат тази плоскост, за да направят отвор и предметът да падне в ръката на потребителя. След това връщат плота на място.



Фиг. 4. Схема на свързване на електронните компоненти на вендинг машината

2. Изпълнение на поръчката

След като потребителят е направил своя избор през потребителския панел и потвърди поръчката, тогава тя се изпраща към вендинг машината и устройството ще получи данните. В този случай тази сесия на потребителския панел вече не може да бъде използвана за поръчка. Устройството от своя страна също валидира данните и ако всичко е изрядно, се преминава към изпълнение на поръчката, като за всеки отделен продукт се изпълнява поредица от стъпки докато не се завърши изцяло направената поръчката.

При изпълнението на поръчката от самата вендинг машина първата стъпка е падащият механизъм. Започва завъртането на спиралата на съответния продукт и в този момент сензорите за дистанция започват да следят промяната в измерените си стойности. Падащият продукт се засича от тях. Освен сензорите за дистанция има и звуков сензор, който е настроен на висока чувствителност и е закрепен на подвижната плоскост на подаващия механизъм. В момента, в който бъде засечено падането на продукт, моторът въртящ спиралата се изключва. Тогава преминаваме към втората стъпка от изпълнението на поръчката от самата вендинг машина. На дисплея на устройството се извежда съобщение, че продуктът може да бъде взет. Дигитален сензор за дистанция поставен срещу отвора за вземане на продукти засича ръката на потребителя. След като потребителят постави ръката си на съответното място, устройството е програмирано да изчака 2 секунди, след което плоскостта се дърпа и продуктът стоящ на нея пада в ръката на потребителя. След успешно изпълнение на поръчката, микроконтролерът изпраща обратно потвърждение към сървъра.

ИЗВОДИ

Създаденият прототип на вендинг машина е уникален с това, че поръчката може да се извърши без потребителя да я докосва. За реализирането на тази идея са използвани

съвременни софтуерни технологии. Създаденият продукт покрива основните функционалности на подобни типове машини.

REFERENCES

<https://pubsubclient.knolleary.net/>

<https://nextion.tech/instruction-set/>

<https://socket.io/docs/v4/client-api/>

<https://github.com/espressif/arduino-esp32>

RESEARCH ON THE COEXISTENCE OF MIXED REALITY, INTERNET OF THINGS AND BIG DATA – POTENTIAL BENEFITS FOR EDUCATION

Boyana Ivanova – PhD Student

Department of Informatics and Information Technologies,
University of Ruse
E-mail: bivanova@uni-ruse.bg

Assoc. Prof. Rumén Rusev PhD

Department of Informatics and Information Technologies,
University of Ruse
E-mail: rir@uni-ruse.bg

Abstract: *Mixed Reality, the Internet of Things, and Big Data are the three of the trendiest technologies used in education. Each of them is used for learning but what are the benefits of putting them together. Billions of dollars are being spent in developing applications around them, especially IoT, whose spend is estimated to reach \$1.4 trillion by the year 2021.*

Mixed Reality (MR) devices have evolved significantly in the last years, providing immersive MR experiences that allow users to interact with virtual elements placed in the real-world. However, to make MR devices reach their full potential, it is necessary to go further and let them collaborate with the physical elements around them, including the objects that belong to the Internet of Things.

We live in an era where we are overloaded with data, and this can be the key to gaining rich insights into our world. Mixed reality (MR) enables us the possibility to visualize and analyze the growing torrent of data in an interactive environment. We can display complex data structures in simpler and more understandable ways that were not possible before. Big Data is a new paradigm result from the myriad data sources such as transactions, the Internet, social networks, health care devices, and sensor networks. MR and big data have logical connectivity and their potential in education is going to be revealed in the future. A lot of researchers spend time and resources to find the benefits of these innovative technologies in the field of education.

The purpose of this paper is to introduce briefly the MR technology, Big Data, and IoT and their applications in education; to identify the benefits that these technologies bring to education when are used together; to review and classify the existing applications that use MR, IoT, and Big Data technologies in education. And as a result of the current research is going to be defined challenges for educators in implementing these technologies in the learning and teaching process.

Smart education is one of the main segments with the biggest impact in the smart environment. To cover this high-tech new scenario there is a huge demand for new research.

Keywords: *Innovation, Mixed Reality, Internet of Things, Big Data, Education, Application, Benefits*

INTRODUCTION

Nowadays, the usage of technologies in education is a field with great interest. Many researchers put a lot of effort into finding how the mix of the trendiest technologies can improve the process of learning.

What is a Mixed Reality (MR)?

Mixed Reality is a blend of physical and digital worlds, unlocking the links between human, computer, and environment interaction. This new reality is based on advancements in computer vision, graphical processing power, display technology, and input systems. However, the term *Mixed Reality* was introduced in a 1994 paper by Paul Milgram and Fumio Kishino, "*A Taxonomy of Mixed Reality Visual Displays*."

What is Internet of Things (IoT)?

Over the past few years, IoT has become one of the most important technologies of the 21st century. The Internet of Things (IoT) describes the network of physical objects—"things"—that are

embedded with sensors, software, and other technologies for the purpose of connecting and exchanging data with other devices and systems over the internet.

What is Big Data?

Big data is a term that describes the large volume of data – both structured and unstructured – that inundates the world on a day-to-day basis. But it's not the amount of data that's important. It's what organizations do with the data that matters. Big data can be analyzed for insights that lead to better decisions. The concept of big data gained momentum in the early 2000s when industry analyst Doug Laney articulated the now-mainstream definition of big data as the three V's: Volume - organizations collect data from a variety of sources, including business transactions, smart (IoT) devices, industrial equipment, videos, social media and more; Velocity: with the growth in the Internet of Things, data streams in to businesses at an unprecedented speed and must be handled in a timely manner. RFID tags, sensors and smart meters are driving the need to deal with these torrents of data in near-real time; Variety - data comes in all types of formats – from structured, numeric data in traditional databases to unstructured text documents, emails, videos, audios.

EXPOSITION

Mixed Reality and Internet of Things in education

Mixed reality technology is converging with the IoT. While one of the central promises of the Internet of Things is to make our world smarter, that can only happen when the right information is provided at the right time.

IoT allows for the development of hybrid solutions merging physical products with digital services. After the widespread adoption of IoT in supply chains, we are now witnessing a surge of consumer IoT applications. Due to the proliferation of smartphones and specific AR devices, Internet of Things applications gain personal, interactive, and behavioral context. Smartphones thus take up a gateway role and mediate between and among people, physical and digital things, and/or the environment. In this article, we discuss AR and IoT's essential role for evolving smart learning environments and how alternate form-factors of the smartphone (e.g. glasses, watches, contacts, gloves, etc.) might impact context-aware interactions. The combination of Mixed Reality technology and IoT can improve the process of learning and design smart learning environments, mind-changing, and more natural applications. Some of the most important features are:

❖ **Personalization** - when designing IoT applications, it is important that privacy control is built-in from the beginning. The user should be in full control of the data. Promising solution approaches include e.g. a blockchain-based method that even allows for secure sharing with third parties. With AR, the topic of automatic detection of user preferences and patterns becomes even more important. The camera provides an additional data source that tells the IoT system in which environment it operates and can help to anticipate what the user aims to do next. Activity recognition based on multiple sensors and environment recognition will thereby play a key role to enable a fully personalized experience. Environments might also become smarter and recognize the user's intentions and actions.

❖ **Special education** - AR products that support autistic people; AR could make navigation faster and safer for those with visual impairments; AR could present information in alternate forms and students with learning disabilities could use their stronger visual and auditory abilities to compensate for weaker reading and writing skills; Combining AR eyewear with speech recognition software would likewise take the concept of close-captioned TV and apply it to everything everywhere. The person wearing the equipment would see the words of someone speaking to them superimposed on their field of vision in more-or-less-real time; AR devices could accentuate the hearing of blind individuals in a way analogous to the visual information it could provide for the deaf. Users could receive audible alerts when they come into proximity with a person, vehicle, traffic control device, sign, or any of a hundred other significant objects. Next-generation versions of such apps as Google Goggles and Word Lens might be able to read and audibly translate signs and other writings directly into spoken word, without the need for Braille. [4]

❖ **Smart classrooms** - The IoT will make classrooms of the future a tech haven for teachers and students. Augmented reality will give students immediate detailed information on any object they're studying. Classes will be able to use textbooks encoded with AR possibilities. Then there's virtual reality (VR). This technology has the ability to immerse students in a completely new environment. Students can explore anything up close from heavy machinery and the inside of the human body to an underwater ecosystem.

IoT devices such as e-books, tablets, sensors, fitness bands, virtual and augmented reality headsets are being used in education today to track and monitor students in different aspects such as understanding students' learning patterns. A smart classroom has been proposed which can measure the level of student's interest by monitoring their behaviour using cameras and microphones. The impact of different parameters in the physical environment such as temperature, environmental noise, and CO2 level on students' focus has also been analysed. A smart classroom system will determine in real-time if the environment is optimised to maximise student's ability to concentrate on a lecture at any given time. Wearable technology in the educational environment can enhance the lecturing process with minimum disruption in the classroom. The possibilities of using wearable technology to acquire and process data to enhance knowledge in higher education. For example, Google Glasses and Sony smartwatches are used in the Universitat Politecnica de Valencia classrooms to enable the lecturer to collect important information regarding the student knowledge building process. This improves learning efficiency by providing a personalized explanation to student. This application helps the lecturer to automatically change slides while speaking and to control the timing needed for each concept and also the time consumed by each activity.

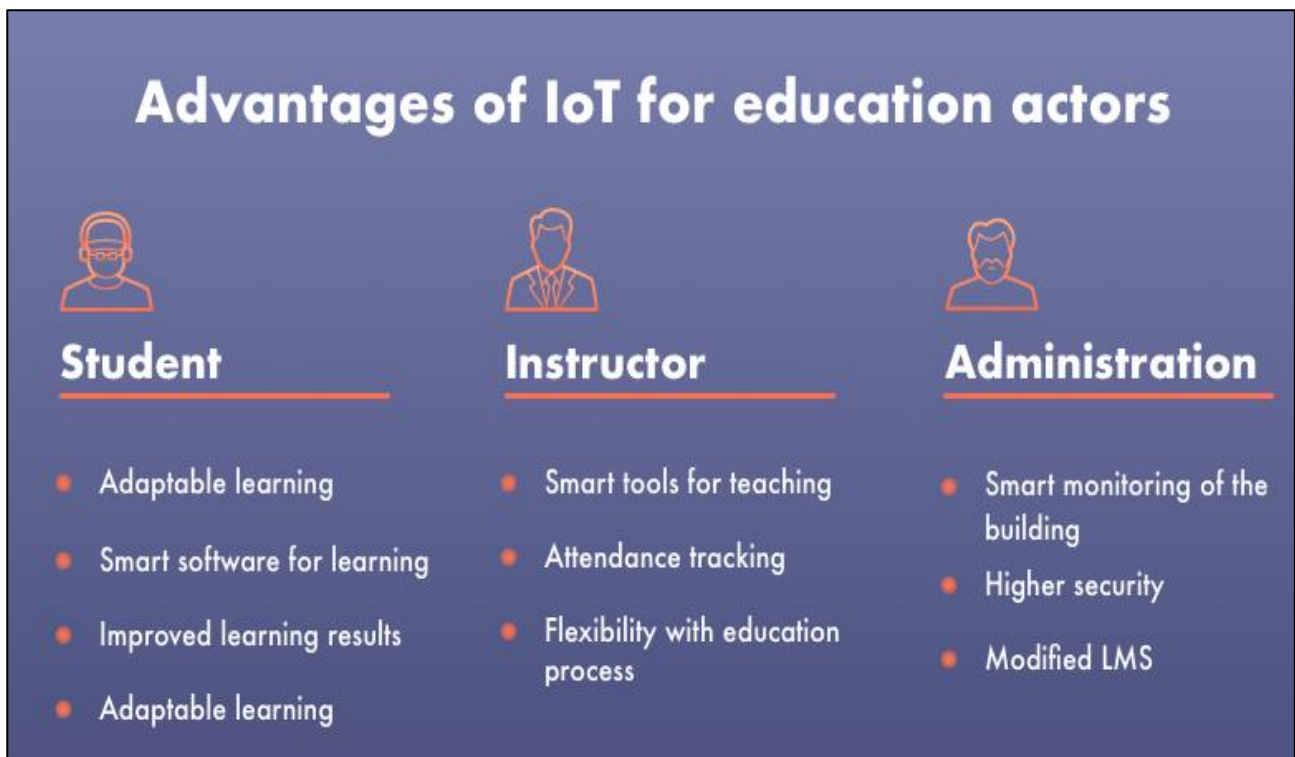


Figure 1. Application of IoT in education

Augmented Reality and Big Data

Today large data sources are ubiquitous throughout the world. Data used for processing may be obtained from measuring devices, radiofrequency identifiers, social network message flows, meteorological data, remote sensing, location data streams of mobile subscribers and devices, and audio and video recordings.

The use of it in the visualization area might solve many issues from a narrow visual angle, navigation, scaling, etc. For example, offering a way to have a complete 360-degrees view with a helmet can solve an angle problem. From the Big Data visualization point of view, *scaling* is a significant issue mainly caused by multidimensional systems where a need to delve into a branch of

information in order to obtain some specific value or knowledge takes its place. Unfortunately, it cannot be solved from a static point of view. Likewise, integration with motion detection wearables would highly increase such visualization system usability.

AR makes use of data by corresponding to the physical context explicitly. This is how big data contributes to the ability of AR by bringing data and reality together. The usage of data to create applications that meet specific requirements demands the presentation of the data in a particular manner, either inside the processes or as a part of the output. Only when data is presented in a particular manner can it be of use for the processes and the output. AR is effective only when the reality is augmented. In other words, reality needs to be captured and used in a manner that will augment it. Data is of utmost importance here. Data offers AR applications, continuous information that is necessary for capturing the physical context which can then be used to maximum effect.

Challenges and solutions of Augmented Reality in big data visualization

❖ **Tracking and identification** – The constant calibration and re-calibration is the key driver to the success in blending Augmented Reality with big data analytics and visualization. Because of the dynamic changes in every nano-second, proper infrastructure must be in place to monitor and identify the coordinates. Tracking the position and angle values of virtual objects within the 3D canvas and dynamically re-estimating it during the presentation is key to enhanced user engagement and better conveying of the idea behind big data analytics through Augmented Reality.

❖ **Perception** – the computational prowess of modern-day systems is high, thanks to advanced technologies like machine learning and artificial neural networks but the fact remains that it still lags behind the perceptive and cognitive capabilities of the human brain. This disconnect between technology and human brainpower is a challenge in the effective union of big data visualization and augmented reality. Human perception has its own set of peculiarities and features. It becomes difficult to mimic these features through interface and hardware integration. A great workaround to this challenge will be to ensure simplicity in the visualization of information. Technology developers can look at psycho-physical analysis to understand the cognitive and perceptive function of the human brain better.

❖ **Integrating the two technologies** – Augmented Reality is equipped with functionalities like motion through 3D spaces, data slicing beyond the field of vision, and scaling. In big data, these functionalities can be applied with great success to generate insights that drive decision-making. Another step further can be implementing voice and gestures to provide a better user experience to your audience during the storytelling phase of big data visualization. Applying machine learning algorithms to define basic gestures would work well to improve the overall efficacy of big data visualization with the help of Augmented Reality.

❖ **Hardware interface** – Data scientists can overcome typical challenges like limited field vision, distortion of scene resolution, time delay with their advanced skill set. A sound resolution will be to devise a framework that allows for seamless interaction with the 3D model with intuitive gestures or voice. Many systems are already in place – like Head Mounted Displays and real-time hand tracking to act as a secondary user input device. While hand tracking to manipulate virtual objects does not offer tactile responses, this difficulty needs to be overcome with better technology so that the efficacy of big data visualization improves substantially.

❖ **Disparity between real and virtual objects** – A disparity between the real objects and virtual objects leads to multiple problems – vision distortion, bad focus, incorrect response to a data visualization scene, or brightness and contrast problems. A countermeasure would be to use advanced equipment with the latest optical technologies that render brightness, saturation, and contrast in its true form.

❖ **Comfort factor** – The close proximity of the display to the user's eye is a big challenge in the comfortable viewing of big data visualization in action using augmented reality. The current technology is geared to render the augmented reality scenes on a screen. A suitable workaround will be to enhance the display resolution.

❖ **Skill enhancement** – The bringing together of diverse fields of augmented reality and big data visualization will be successful only with increased application of this blend and this can happen

only when more and more people embrace this approach. By training talent to identify this new technology and interacting productively, skill enhancement around this new discipline will improve substantially.

In education, Big data can improve the learning process by improving students' results - each student generates a unique data trail. Analyzing this data trail in real-time will help gain a better understanding of the individual behavior of students, and will create an optimal learning environment.

Customizing programs - this is possible with the help of what is called 'blended learning' – a combination of online and offline learning. This gives students the opportunity to follow classes that they are interested in and also work at their own pace, while still having the possibility for offline guidance by professors.

Reducing dropouts – educational institutions can use predictive analytics on all the data that is collected to give them insights on future student outcomes. Such predictions can also help run scenario analysis on a course program before it is introduced into the curriculum.

Minimizing the need for trial-and-error - big data can also be used to monitor how students are performing in the job market after graduating from college. This would also help future students in choosing the right college and course.

Targeting international recruiting - institutions can more accurately predict applicants and also analyze the possible factors that affect the application process. Such knowledge will allow institutions to adjust their recruitment strategies and allocate funds accordingly. Such an influx of data will also help students analyze information about schools around the world and will speed up the search and application process for international students.

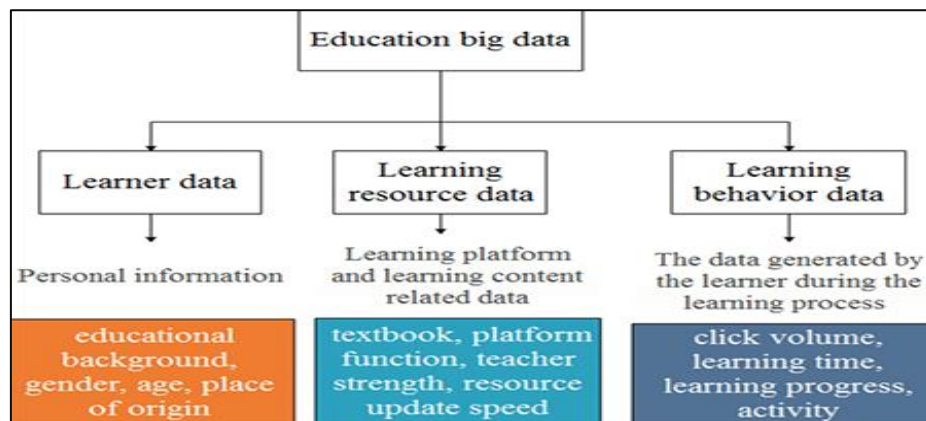


Figure 2. Application of Big Data in education

CONCLUSION

Technology is finally evolving that has the potential to revolutionize teaching and learning, research, entertainment, and information sharing for the individual. The education sector needs **Mixed reality** technology adaptation in order to keep the engagement levels high.

Big data has enormous potential in the education industry, and its implementation has already demonstrated positive changes. We should expect more of modern technologies, and we will keep an eye on the latest changes. One thing we can say for sure is that the learning process will never be the same.

IoT in schools means a better-connected and more collaborative future for **education**. **IoT** devices give students better access to everything from learning materials to communication channels, and they give teachers the ability to measure student learning progress in real-time.

REFERENCES

Bagheri M., Movahed H., Siavosh (2017). “*The Effect of the Internet of Things (IoT) on Education Business Model*”. In: 2016 12th International Conference on Signal-Image Technology & Internet-Based Systems (SITIS). IEEE Computer Society, 435-441.

Bray B., “*What is a Mixed Reality*”, www.microsoft.com, URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/windows/mixed-reality/discover/mixed-reality>

Joshi N., “*4 ways big data is transforming the education sector*”, URL: <https://www.allerin.com/blog/4-ways-big-data-is-transforming-the-education-sector>

Olshannikova E., Ometov, A., Koucheryavy, Y. *et al.* “*Visualizing Big Data with augmented and virtual reality: challenges and research agenda*”, *Journal of Big Data* 2, 22 (2015). <https://doi.org/10.1186/s40537-015-0031-2>

Shoikova E., Nikolov R., Kovatcheva E., “*Smart digital education enhanced by AR and IoT data*”, URL: https://www.researchgate.net/publication/322471007_SMART_DIGITAL_EDUCATION_ENHANCED_BY_AR_AND_IOT_DATA

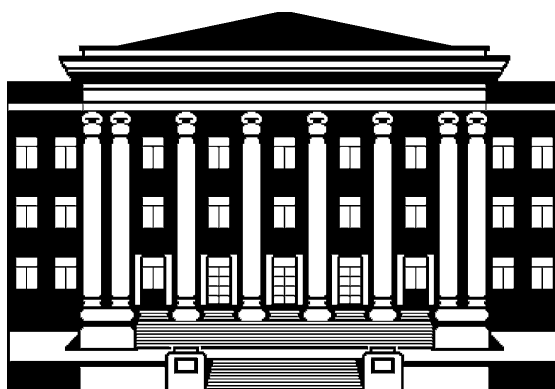
Thompson W., “*Big Data – What it is and why it matters*”, www.sas.com, URL: https://www.sas.com/en_us/insights/big-data/what-is-big-data.html

“*What is IoT*”, www.oracle.com, Available: <https://www.oracle.com/internet-of-things/what-is-iot/>

Williams J., “*Extracting better value from Big Data with augmented reality*”, URL: <https://www.promptcloud.com/blog/extracting-better-value-from-big-data-augmented-reality/>

UNIVERSITY OF RUSE „ANGEL KANCHEV“

UNION OF SCIENTISTS - RUSE



**61-TH ANNUAL SCIENTIFIC CONFERENCE
OF UNIVERSITY OF RUSE „ANGEL KANCHEV“
AND UNION OF SCIENTISTS – RUSE**

OCTOBER 2022

INVITATION

**Ruse, 8 Studentska str.
University of Ruse
Bulgaria**

PROCEEDINGS
Volume 60, Series 6.5

Financial Mathematics
&
Informatics

Under the general editing of:
Assoc. Prof. Svetlozar Tsankov, PhD

Editor of Volume 60:
Prof. Diana Antonova, PhD

Bulgarian Nationality
First Edition

Printing format: A5
Number of copies: on-line

ISSN 1311-3321 (print)
ISSN 2535-1028 (CD-ROM)
ISSN 2603-4123 (on-line)

The issue was included in the international ISSN database, available at <https://portal.issn.org/>.
The online edition is registered in the portal ROAD scientific resources online open access



PUBLISHING HOUSE
University of Ruse "Angel Kanchev"